

Propriétés : Soit  $n \in \mathbb{N}^*$

➤  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = +\infty$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$

➤  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = \begin{cases} +\infty & \text{si } n \text{ est pair} \\ -\infty & \text{Si } n \text{ est impair} \end{cases}$

➤  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$

➤  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^n} = +\infty$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^n} = \begin{cases} +\infty & \text{si } n \text{ est pair} \\ -\infty & \text{Si } n \text{ est impair} \end{cases}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$

• Limite de la somme :

$\lim f(x)$	$\ell$	$\ell$	$\ell$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim g(x)$	$\ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim f(x) + g(x)$	$\ell + \ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	<b>F.I</b>

• Limite d'un produit

$\lim f(x)$	$\ell$	$\ell > 0$	$\ell < 0$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$\infty$
$\lim g(x)$	$\ell'$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	<b>0</b>
$\lim f(x) \times g(x)$	$\ell + \ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	<b>F.I</b>

• Limite d'un quotient

$\lim f(x)$	$\ell$	$\ell > 0$	$\ell < 0$	$\ell > 0$	$\ell < 0$	<b>0</b>
$\lim g(x)$	$\ell' \neq 0$	$0^+$	$0^+$	$0^-$	$0^-$	$\infty$
$\lim \frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{\ell}{\ell'}$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	<b>0</b>
$\lim f(x)$	<b>0</b>	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim g(x)$	<b>0</b>	$\ell > 0$	$\ell < 0$	$\ell > 0$	$\ell < 0$	$+\infty$
$\lim \frac{f(x)}{g(x)}$	<b>F.I</b>	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	<b>F.I</b>

➤  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} P(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\text{terme de plus haut degré})$

➤  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\text{terme de plus haut degré de } P)}{(\text{terme de plus haut degré de } Q)}$

➤  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$

➤ Si  $g \leq f \leq h$  et  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = l$  alors  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$

➤ Si  $g(x) \leq f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = +\infty$  alors  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$

➤ Si  $f(x) \leq g(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -\infty$  alors  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$

**Exercice 1: Calculer les limites**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 6x^2 ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -3x^3 ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{5}x^2 ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^7 ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^5 ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^7 ;$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^4 ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} 21x^6 ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} 2x^4 ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} -3x^3 ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x^3} ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2}{x^3} ;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{7}{x^6} ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2}{x^4} ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2}{x^3} ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} -\frac{2}{x^3} ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2}{x^6} ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} -\frac{5}{x^6} ;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} -3x^3 ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} -3x^3 ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{4}{x^3} ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7}{x^6} ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7}{x^4} ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{\sqrt{5}}{x}$$

**Exercice 2: Calculer les limites :**

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow 3} x^2 - x + 2 \quad 2) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 + 1} \quad 3) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$$

$$4) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} \quad 5) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} \quad 6) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$$

$$7) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{4x+5}-3} \quad 8) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{x}-1} \quad 9) \quad \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x+4}{x^2+4x} \quad 10) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{x}-1}$$

**Exercice 3: Calculer les limites :**

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 - 2x^2 - 1 \quad 2) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 - 4x + 1 \quad 3) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 1}$$

$$4) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2x + 1}{x + 3} \quad 5) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x - 1}{x^3 - x - 1} \quad 6) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 6}{x^5 + 1}$$

$$7) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^3} \quad 8) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 1}}{x}$$

**Exercice 4: Calculer les limites**

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+8}-3} \quad 2) \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+6}-2}{\sqrt{x^2+5}-3} \quad 3) \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2+2x-3}{x^2+3x}$$

**Exercice 5: limite a droite et a gauche de a :**

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2+1}{x} \quad 2) \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+3}{x-2} \quad 3) \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x+1}{3-x}$$

$$4) \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-3}{x^2-1} \quad 5) \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x-1}{x^2-3x+2} \quad 6) \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4+2x}{x^2-5x+6}$$