

**Exercice 01:**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

- 1)  $\cos(x) - \sqrt{3}\sin(x) = \sqrt{2}$
- 2)  $\cos(x) + \sin(x) = -1$

**Exercice 02**

Pour tous  $x$  dans  $\mathbb{R}$  on pose  $A(x) = \cos(2x) + \cos(x) - \sin(x)$

- 1) Montrer que  $(\forall x \in \mathbb{R}); A(x) = (\cos x - \sin x)(1 + \cos x + \sin x)$
- 2) Montrer que  $A(x) = \sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)(1 + \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right))$
- 3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  puis dans  $[-\pi; 2\pi]$  l'équation :  $A(x) = 0$

**Exercice 03**

Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \sqrt{3}\cos x \sin x - \sin^2(x)$

- 1) Montrer que  $f$  est périodique de période  $\pi$
- 2) Montrer que :  $(\forall x \in \mathbb{R}); f(x) = 2\sin x \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$
- 3) Montrer que  $(\forall x \in \mathbb{R}); f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{2}$
- 4) Calculer  $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$  puis déduire la valeur exacte de  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$  et  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$
- 5) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  puis dans  $[0; \pi]$  :  $f(x) = 0$  puis représenter les solutions sur le cercle trigonométrique

Résoudre dans  $[0; \pi]$  l'équation :  $f(x) \leq 0$

**Exercice 04:**

$(\forall x \in \mathbb{R})$  on pose :  $P(x) = \sqrt{3}\cos(3x) + \sin(3x) - \sqrt{3}\cos x - \sin x$

- 1) Montrer que  $P(x) = 2\cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) - 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$
- 2) Montrer que  $P(x) = -4\sin x \cdot \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$
- 3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $P(x) = 0$
- 4) En déduire les solutions de l'équation  $P(x) = 0$  dans l'intervalle  $[0; 2\pi]$

**Exercice 05:**

$(\forall x \in \mathbb{R})$  on pose :  $A(x) = \sqrt{3}\sin(4x) - 8\sin^2 x \cdot \cos^2 x$

- 1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $2\cos(x) - 1 = 0$
- 2) Montrer que  $(\forall x \in \mathbb{R}); 1 - \cos(4x) = 8\sin^2 x \cdot \cos^2 x$
- 3) En déduire que :  $(\forall x \in \mathbb{R}); A(x) = 2\cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$
- 4) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $A(x) = 0$
- 5) Résoudre dans  $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$  l'inéquation  $A(x) \leq 0$