Suites numériques	Prof : Rachid El.

Définitions et notations

On appelle suite numérique toute application de $\mathbb{N}$ (**ou une partie I de** $\mathbb{N}$) *vers* $\mathbb{R}$:

$$u : I \to \mathbb{R}$$

$$n \mapsto u(n) = u_n$$

← le terme général de rang n de la suite u

← L'entier n s'appelle **l'indice** du terme u_n

u_n se lit : " **u indice n** "

La suite numérique u se note : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ou $(u_n)_{n\in I}$

Suites majorées, suites minorées, suites bornées

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est **majorée** par M $\Longrightarrow \forall\, n \in \mathbb{N}\ :\ u_n \leq M$

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est **minorée** par m $\Longrightarrow \forall\, n \in \mathbb{N}\ :\ u_n \geq m$

On dit que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est **bornée** si elle est **majorée et minorée**

Monotonie d'une suite

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est **croissante** $\Leftrightarrow\ \forall\, n \in \mathbb{N}\ :\ u_{n+1} \geq u_n$

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est strictement **croissante** $\Leftrightarrow\ \forall\, n \in \mathbb{N}\ :\ u_{n+1} > u_n$

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante $\Leftrightarrow\ \forall\, n \in \mathbb{N}\ :\ u_{n+1} \leq u_n$

Suite arithmétique − Suite géométrique

	Suite arithmétique	Suite géométrique
Définition	$u_{n+1} - u_n = r$ r s'appelle : La raison	$u_{n+1} = q \times u_n$ q s'appelle : La raison
le terme général u_n	$u_n = u_p + (n-p) \times r$ $u_n = u_0 + n \times r$ $u_n = u_1 + (n-1) \times r$	$u_n = u_p \times q^{(n-p)}$ $u_n = u_0 \times q^n$ $u_n = u_1 \times q^{(n-1)}$
$S_n = u_p + u_{p+1} + \cdots + u_n$	$S_n = (n-p+1)\dfrac{(u_p + u_n)}{2}$	$S_n = u_p \times \left(\dfrac{1-q^{n-p+1}}{1-q}\right)$

Exercice 4 (Variations d'une suite)

I) Soit (u_n) la suite définie par : $u_n = 7n - 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

Etudier la monotonie de la suite (u_n).

II) Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 3u_n - 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) *Montrer que* $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n > 1$.
2) *Montrer que la suite* (u_n) *est* **croissante**.

III) Soit (v_n) la suite définie par : $v_0 = 2$ et $v_{n+1} = \frac{1}{2}(1 + v_n)^2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

Montrer que la suite (v_n) est croissante.

Exercice 5 (Suite arithmétique)

Soit (u_n) la suite définie par : $u_n = 3n - 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) *Montrer que la suite* (u_n) **est arithmetique**
2) *Calculer* : u_{100}
3) *Calculer* **la somme** : $S = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_{100}$
4) *Calculer* **la somme** : $T_n = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$ **en fonction de n**

Exercice 6 (Suite arithmétique)

(u_n) est une suite arithmétique de raison -2 et $u_1 = 1$

1) **Calculer u_4 et u_{12}**
2) *Determiner* u_n **en fonction de n**
3) *Calculer* **la somme** : $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$ **en fonction de n**

Exercice 7 (Suite arithmétique)

(u_n) est une suite arithmétique telle que : $u_2 = 41$ et $u_5 = -13$

1) **Déterminer r la raison de la suite (u_n)**
2) **Calculer u_{30}**
3) *Determiner* u_n **en fonction de n**