1. Bac 2014 session normale

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2 - z\sqrt{2} + 2 = 0$. ………………… (0,75)

2. On considère le nombre complexe $u = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$.

a. Montrer que le module de u est $\sqrt{2}$ et que $\arg(u) \equiv \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$. ………………………………………… (0,5)

b. En utilisant l'écriture de u sous forme trigonométrique , montrer que u^6 est un nombre réel . . (0,75)

3. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$, On considère les points A et B d'affixes respectives $a = 4 - 4i\sqrt{3}$ et $b = 8$.
soit z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

a. Exprimer z' en fonction de z . ………………………………………………………………… (0,5)

b. Vérifier que le point B est l'image du point A par la rotation R , et en déduire que le triangle OAB est équilatéral . ……………………………………………………………………………… (0,5)

2. Bac 2014 session de rattrapage

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2-4z+5=0$. ………………… (0,75)
2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$, On considère les points A , B , C , D et Ω d'affixes respectives $a=2+i$, $b=2-i$, $c=i$, $d=-i$ et $\omega=1$.
   a. Montrer que : $\dfrac{a-\omega}{b-\omega}=i$. ……………………………………………………… (0,25)
   b. En déduire que : le triangle ΩAB est rectangle isocèle en Ω . ……………………………… (0,75)
3. soit z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point Ω et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$.
   a. montrer que : $z'=iz+1-i$. ……………………………………………………… (0,5)
   b. Vérifier que : $R(A)=C$ et $R(D)=B$. ……………………………………………… (0,5)
   c. montrer que : les points A , B , C , D appartiennent à un meme cercle dont on déterminera le centre .
   ……………………………………………………………………………………… (0,5)

3. Bac 2015 session normale (fuite تسريبات)

4. Bac 2015 session normale (الذي تم تعويض موضوع تسريبات)

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2+10z+26=0$. .... (0,75)

2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $\left(0,\vec{u},\vec{v}\right)$, On considère les points A , B , C et Ω d'affixes respectives $a=-2+2i$, $b=-5+i$, $c=-5-i$ et $\omega=-3$.

a. Montrer que : $\dfrac{b-\omega}{a-\omega}=i$. .... (0,5)

b. En déduire que : la nature du triangle ΩAB . ... (0,5)

3. Soit le point D l'image du point C par la translation T de vecteur $\vec{u}$ d'affixe $6+4i$.

a. Montrer que : l'affixe d du point D est $1+3i$. .... (0,5)

b. Montrer que : $\dfrac{b-d}{a-d}=2$ puis en déduire que : le point A est le milieu du segment $[BD]$ . ... (0,5)

5. Bac 2015 session de rattrapage

1. ..

a. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2-8z+32=0$. .... (0,75)

b. On considère le nombre complexe a tel que $a=4+4i$. Ecrire le nombre complexe a sous forme trigonométrique, puis en déduire que a^{16} est un nombre réel négatif . ... (0,75)

2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$, On considère les points A , B et C d'affixes respectives $a=4+4i$, $b=2+3i$ et $c=3+4i$.
Soit z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point C et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a. Montrer que : $z'=iz+7+i$ . ... (0,5)

b. Vérifier que : l'affixe d du point D l'image du point A par la rotation R est $3+5i$. .... (0,5)

c. Montrer que : l'ensemble des points M d'affixe z qui vérifie $|z-3-5i|=|z-4-4i|$ est la droite (BC) . ... (0,5)

7. Bac 2016 session de rattrapage

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2-8z+41=0$. .... (0,75)
2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$, On considère les points A , B , C et Ω d'affixes respectives $a=4+5i$, $b=3+4i$, $c=6+7i$ et $\omega=4+7i$.

a. Montrer que : $\frac{c-b}{a-b}$, en déduire que les points A , B , C sont alignés . ... (0,75)

b. Soit z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point Ω et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

Montrer que : $z'=-iz-3+11i$. .... (0,75)

c. Déterminer l'image du point C par la rotation R puis donner la forme trigonométrique du nombre $\frac{a-\omega}{c-\omega}$ . ... (0,75)

Problème (*11points*) :

On considère la fonction numérique f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=2-\dfrac{2}{x}+(1-\ln x)^2$

Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : $1\,cm$).

0.25 1) a) Vérifier que pour tout $x\in]0,+\infty[:f(x)=\dfrac{3x-2-2x\ln x+x(\ln x)^2}{x}$

0.5 b) Montrer que $\lim\limits_{x\to0^+}x(\ln x)^2=0$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$ (On peut poser : $t=\sqrt{x}$)

0.5 c) Déduire que $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=-\infty$, puis donner une interprétation géométrique du résultat.

0.75 d) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$, puis montrer que la courbe (C_f) admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$

0.5 2) Montrer que pour tout $x\in]0,+\infty[:f'(x)=\dfrac{2(1-x+x\ln x)}{x^2}$

3) En exploitant le tableau de variation ci-dessous, de la fonction dérivée f' de f sur $]0,+\infty[$:

x	0		1		β		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$f'(\beta)$	$\searrow$	0

(On donne $\beta \approx 4.9$)

0.5 a) Prouver que f est strictement croissante sur $]0,+\infty[$ puis dresser le tableau de variations de f

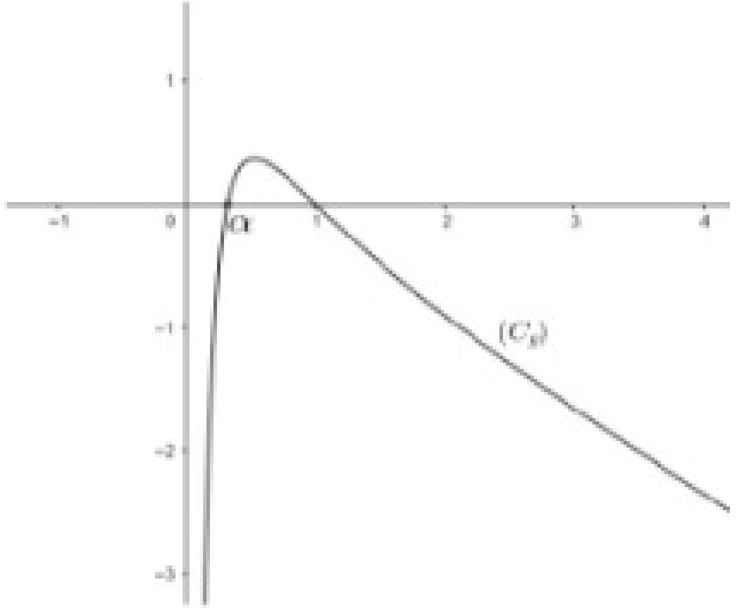
0.5 b) Donner le tableau de signe de la dérivée seconde f'' de la fonction f sur $]0,+\infty[$

1 c) Déduire la concavité de la courbe (C_f) en précisant les abscisses de ses deux points d'inflexion.

4) La courbe (C_g) ci-contre est la représentation graphique de la fonction $g : x \mapsto f(x) - x$ et qui s'annule en α et 1

($\alpha \approx 0,3$)

Soit (Δ) la droite d'équation $y = x$.



0.5 a) A partir de la courbe (C_g), déterminer le signe de la fonction g sur $]0,+\infty[$

0.5 b) Déduire que la droite (Δ) est en dessous de (C_f) sur l'intervalle $[\alpha,1]$ et au-dessus de (C_f) sur les intervalles $]0,\alpha]$ et $[1,+\infty[$

1.5 5) Construire la courbe (C_f) et la droite (Δ) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

(On prend : $\alpha \approx 0.3$, $\beta \approx 4.9$ et $f(\beta) \approx 1.9$)

0.5 6) a) Vérifier que la fonction $x \mapsto 2x - x\ln x$ est une primitive de la fonction $x \mapsto 1 - \ln x$ sur $[\alpha,1]$