الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية
الدورة العادية 2023

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SSS | الموضوع | NS 24F

4h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

EXERCICE3 :(3.5 points)

On considère le nombre complexe : $u = 1 + \left(2 - \sqrt{3}\right)i$

0.5 1- a) Écrire sous forme exponentielle les nombres complexes : $1 - i$ et $1 + \sqrt{3}i$

0.25 b) Montrer que : $\dfrac{(1-i)\left(1+\sqrt{3}i\right)}{2\sqrt{2}} = e^{i\frac{\pi}{12}}$

0.25 c) En déduire que : $\tan\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$

0.5 d) Montrer que : $u = (\sqrt{6} - \sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{12}}$

2- On considère les deux suites numériques $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies par :

$$x_0=1\ ,\quad y_0=0 \quad \text{et} \quad (\forall n\in\mathbb{N})\ ;\quad \begin{cases} x_{n+1}=x_n-\left(2-\sqrt{3}\right)y_n \\ y_{n+1}=\left(2-\sqrt{3}\right)x_n+y_n \end{cases}$$

0.5 a) Montrer par récurrence que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $x_n+iy_n=u^n$

0.5 b) En déduire que pour tout $n\in\mathbb{N}$: $x_n=\dfrac{\cos\left(\dfrac{n\pi}{12}\right)}{\left(\cos\dfrac{\pi}{12}\right)^n}$ et $y_n=\dfrac{\sin\left(\dfrac{n\pi}{12}\right)}{\left(\cos\dfrac{\pi}{12}\right)^n}$

3- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$

Pour tout entier naturel n, on note A_n le point d'affixe u^n

0.5 a) Déterminer les entiers n pour lesquels les points O, A_0 et A_n sont alignés.

0.5 b) Montrer que pour tout entier n , le triangle OA_nA_{n+1} est rectangle en A_n

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية
الدورة الاستدراكية 2023

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SSS	الموضوع		RS 24F
4h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

EXERCICE2 :(3.5 points)

Les parties I et II peuvent être traitées indépendamment.

PARTIE I :

On considère dans $\square_+^2$ le système suivant : $(S): \begin{cases} \sqrt{x}\left(1+\dfrac{1}{x+y}\right)=\dfrac{12}{5} \\ \sqrt{y}\left(1-\dfrac{1}{x+y}\right)=\dfrac{4}{5} \end{cases}$

1- Soit $(x,y)\in\square_+^2$ une solution du système (S). On pose : $z=\sqrt{x}+i\sqrt{y}$

0.25 a) Montrer que : $z+\dfrac{1}{z}=\dfrac{12}{5}+\dfrac{4}{5}i$

0.75 b) Montrer que : $z^2-\left(\dfrac{12}{5}+\dfrac{4}{5}i\right)z+1=0$, en déduire les valeurs possibles de z

(On remarque que : $\dfrac{28}{25}+\dfrac{96}{25}i=\left(\dfrac{2}{5}(4+3i)\right)^2$)

0.25 c) En déduire les valeurs du couple (x,y)

0.5 2- Résoudre dans $\square_+^2$ le système (S)

PARTIE II :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$

Soit (U) le cercle de centre O et de rayon 1 et $A(a)$, $B(b)$ et $C(c)$ trois points du cercle (U) deux à deux distincts.

0.25 1- Montrer que : $(\forall z \in \mathbb{C})$; $|z|=1 \Leftrightarrow \bar{z}=\dfrac{1}{z}$

0.5 2-a) La droite passant par A et parallèle à (BC) coupe le cercle (U) au point $P(p)$

Montrer que : $p=\dfrac{bc}{a}$

0.5 b) La droite passant par A et perpendiculaire à (BC) coupe le cercle (U) au point $Q(q)$. Montrer que : $q=-p$

0.5 c) La droite passant par C et parallèle à (AB) coupe le cercle (U) au point $R(r)$

Montrer que les deux droites (PR) et (OB) sont perpendiculaires.

Baccalauréat Sciences mathématique

Session Normale juin 2008

MATHÉMATIQUES

Soit a un nombre complexe non nul et $\overline{a}$ le conjugué du nombre a.

Partie I:

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $(G) : iz^2 + (a + \overline{a} - i)z - \overline{a} - ia\overline{a} = 0$

0.50 pt **1 - a)** Vérifier que le discriminant de l'équation (G) est : $\Delta = (a - \overline{a} - i)^2$

0.50 pt **b)** Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation (G).

0.50 pt **2 -** Montrer que a est une solution de l'équation (G) si, et seulement si : $\Re e(a) = \Im m(a)$
(où $\Re e(a)$ est la partie réel du complexe a et $\Im m(a)$ est la partie imaginaire du complexe a)

Partie II:

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$et on suppose que $\Re e(a) \neq \Im m(a)$.
On considère les points A et B et C d'affixes respectives : a et $i\overline{a}$ et $1 + ia$.

1 - On pose : $Z = \frac{(1+ia)-a}{i\overline{a}-a}$

0.50 pt **a)** Vérifier que : $\overline{Z} = \frac{(i-1)\overline{a}-i}{i\overline{a}-a}$

0.50 pt **b)** Montrer que les points A et B et C sont alignés si, et seulement si : $\Im m(a) = \frac{1}{2}$

2 - On suppose dans cette question que $\Im m(a) \neq \frac{1}{2}$
On considère R_1 la rotation de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$ et R_2 la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$. On pose : $R_1(B) = B'$ et $R_2(C) = C'$.
Soit E le milieu du segment $[BC]$.

0.50 pt **a)** Déterminer b' et c' les affixes respectives de B' et C'.

0.50 pt **b)** Montrer que les droites (AE) et $(B'C')$ sont perpendiculaires et que : $B'C' = 2AE$

Baccalauréat Sciences mathématique

Session de Rattrapage juillet 2008

MATHÉMATIQUES

Série : **Baccalauréat Sciences Mathématiques A & B**

Exercice 1 : (3,50 pts)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.
On considère l'application r qui associe un point $M(z)$ à un point $M_1(z_1)$ tel que :

$$z_1 = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}z + \frac{\sqrt{3}+i}{2}$$

Et l'application h qui associe un point $M(z)$ à un point $M_2(z_2)$ tel que : $z_2 = -2z + 3i$
On pose : $F = h \circ r$

1.00 pt **1 -** Déterminer la nature de chacune des deux applications r et h et leurs éléments caractéristiques.

2 - On considère les deux points $\Omega(i)$ et $A(a)$ avec a un nombre complexe donné différent de i.
On pose : $B = F(A)$ et $C = F(B)$ et $D = F(C)$

0.50 pt **a)** Montrer que si le point $M'(z')$ est l'image du point $M(z)$ par l'application F alors :

$$z' - i = 2e^{i\frac{4\pi}{3}}(z - i)$$

0.25 pt **b)** Vérifier que Ω est l'unique point qui vérifie : $F(\Omega) = \Omega$

0.75 pt **3 - a)** Déterminer en fonction du nombre complexe a les complexes b et c et d les affixes respectives de B et C et D.

0.50 pt **b)** Montrer que les points Ω et A et D sont alignés.

0.50 pt **c)** Montrer que Ω est le barycentre du système pondéré $\{(B,4);(C,2);(D,1)\}$.

0.25 pt **d)** Déterminer l'ensemble des points $A(a)$ pour que le point D appartient à l'axe des réels.

Baccalauréat Sciences mathématique

Session Normale juin 2009

MATHÉMATIQUES

Série : **Baccalauréat Sciences Mathématiques A & B**

Exercice 2 : (4 pts)

Soit m un nombre complexe différent de 1.

I) On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation d'inconnue z :

$$(E)\ :\ z^2-(1-i)(m+1)z-i(m^2+1)=0$$

0,25 pt **1 - a)** Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est : $\Delta=[(1+i)(m-1)]^2$

0,25 pt **b)** Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

0,50 pt **c)** Déterminer sous forme algébrique les deux valeurs du complexe m afin que le produit des deux solutions de l'équation (E) est égal à 1.

2 - On pose $z_1=1-im$ et $z_2=m-i$

1,00 pt Écrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique dans le cas où $m=e^{i\theta}$ avec $\dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi$

II) Le plan complexe $(\mathcal{P})$ est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{e_1};\vec{e_2})$
On considère les points M , M_1 et M_2 d'affixes respectivement m ; $z_1=1-im$ et $z_2=m-i$

0,50 pt **1 -** Déterminer l'ensemble des points M pour lesquels les points M , M_1 et M_2 soient alignés.

0,50 pt **a)** Montrer que la transformation R reliant chaque point M d'affixe z au point M' d'affixe $z'=1-iz$ est une rotation dont on déterminera l'affixe de son centre Ω et une mesure de son angle.

0,50 pt **b)** Montrer que le nombre complexe $\dfrac{z_2-z_1}{z_2-m}$ est un imaginaire pure si et seulement si $\Re e(m)+\Im m(z)=1$.

0,50 pt **c)** En déduire l'ensemble des points M tel que les points Ω , M , M_1 et M_2 soient cocycliques.