

Dans tout ce qui suit, Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

Exercice 01 :

Déterminer les branches infinies de la courbe (C_f) d'une fonction f dans les cas suivants :

$$f(x) = x + \frac{1}{x^2 + 1} \quad ; \quad f(x) = \sqrt{x+1} \quad ;$$

$$f(x) = x + \sqrt{x^2 + x + 1} \quad ; \quad f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

Exercice 02 :

Déterminer les branches infinies de la courbe (C_f) d'une fonction f dans les cas suivants :

$$f(x) = x\sqrt{x-2} \quad ; \quad f(x) = \sqrt{x+2} - x \quad ;$$

$$\begin{cases} f(x) = x^2 + x & \text{si } x \leq 0 \\ f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + x}} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Exercice 03 :

Etudier la convexité de la courbe représentative de la fonction f dans les cas suivants :

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 1 \quad ; \quad f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$$

$$; \quad f(x) = \frac{x^2 + x + 3}{x + 2}$$

Exercice 04 :

Etudier la convexité de la courbe représentative de la fonction f dans les cas suivants :

$$f(x) = \sqrt{2x-2} + x \quad ; \quad f(x) = 16\sqrt{x-1} + x^2 \quad ;$$

$$f(x) = x + \frac{1}{x^2 + 1} \quad ; \quad f(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{x+1} - \frac{2}{\sqrt{x+1}}$$

Exercice 05 :

Etudier la convexité de la courbe représentative de la fonction f et déterminer les points d'inflexion (s'ils existent) dans les cas suivants :

$$f(x) = \frac{x}{3x^2 + 3} \quad ; \quad f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 4x + 1 \quad ;$$

$$f(x) = (x-1)\sqrt{x-1}$$

Exercice 06 :

Déterminer le centre de symétrie de la courbe représentative de la fonction f dans les cas suivants:

$$\text{a. } f(x) = 4x^3 + x^5 \quad ; \quad \text{b. } f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 1}{x^3 + x}$$

Exercice 07 :

Vérifier que le point I est un centre de symétrie de la courbe de f dans les cas suivants:

$$\text{a) } f(x) = x^3 - 3x + 2 \text{ et } I(0; 2)$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{5x+1}{1-2x} \text{ et } I\left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$$

$$\text{c) } f(x) = \frac{x^2}{x+1} \text{ et } I(-1; -2)$$

Exercice 08 :

Déterminer l'axe de symétrie de la courbe représentative de la fonction f dans les cas suivants:

$$\text{a. } f(x) = x^2 - 4x + 1 \quad ; \quad \text{b. } f(x) = x^4 + \sqrt{x^2 + 1} \quad ;$$

$$\text{c. } f(x) = \frac{2}{x^2 + 3x - 4}$$

Exercice 09 :

Soit f une fonction définie par : $f(x) = \frac{2x-1}{x+2-x^2}$

a. Déterminer le point d'inflexion de la courbe représentative de f

b. Montrer que ce point est un centre de symétrie de la courbe représentative de f

Exercice 10 :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{x^2 - 1} - x - 3$

Et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. Déterminer Df , l'ensemble de définition de f

2. Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$

3. Etudier les branches infinies de la courbe (C_f)

4. Etudier la dérivabilité de f à droite de 1 et à gauche de -1 . Puis donner des interprétations graphique aux résultats.

5. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $Df \setminus \{-1; 1\}$. puis dresser le tableau de variation de f

6. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α telle que $-2 < \alpha < -\frac{3}{2}$

7. Construire la courbe (C_f) (l'unité est 1 cm)

8. Montrer que la restriction g de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty; -1[$, admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera