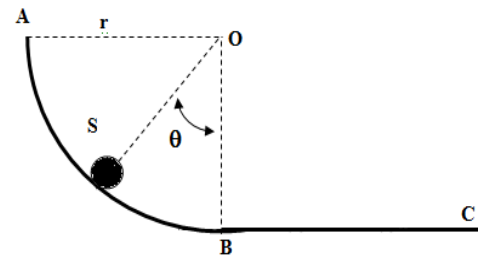


Exercice 1 :

Une gouttière ABC sert de parcours à un mobile supposé ponctuel, de masse  $m = 0,1 \text{ kg}$ . Le mouvement a lieu dans un plan vertical. On donne  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ .

1) Sa partie curviligne AB est un arc de cercle parfaitement lisse où les frottements sont négligés. Le mobile est lancé en A avec une vitesse  $V_A = 5 \text{ m.s}^{-1}$  verticale dirigée vers le bas et glisse sur la portion curviligne AB.



**Donnés :**  $r = OA = OB = 1 \text{ m}$  ;  $BC = L = 1,5 \text{ m}$ .

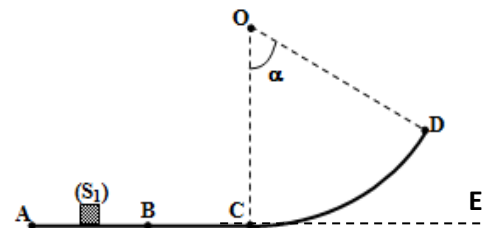
- Faire un bilan des forces s'appliquant sur le mobile au point M.
  - Exprimer pour chacune des forces son travail au point M en fonction de  $m, g, r$  et  $\theta$ .
  - Appliquer le théorème de l'énergie cinétique au point M et établir l'expression littérale de la vitesse  $V_M$  du mobile en fonction de  $V_A, g, r$  et  $\theta$ .
  - Calculer numériquement  $V_B$ .
- 2) La portion BC rectiligne et horizontale est rugueuse. Les frottements peuvent être assimilés à une force  $f$  unique, constante, opposée au mouvement, d'intensité  $f$ . Sachant que le mobile arrive en C avec la vitesse  $V_C = 5 \text{ m.s}^{-1}$ , déterminer littéralement puis numériquement  $f$ .

Exercice 2 :

La piste de lancement d'un projectile constitué d'un solide ponctuel ( $S_1$ ), comprend une partie rectiligne horizontale (ABC) et une portion circulaire (CD) centré en un point O, de rayon  $r = 1 \text{ m}$ , d'angle au centre  $\alpha = 60^\circ$  et telle que OC est perpendiculaire à AC.

Le projectile ( $S_1$ ) de masse  $m_1 = 0,5 \text{ kg}$  est lancé suivant AB

de longueur  $AB = 1 \text{ m}$ , avec une force horizontale  $\vec{F}$  d'intensité  $150 \text{ N}$ , ne s'exerçant qu'entre A et B. ( $S_1$ ) part du point A sans vitesse initiale. On prendra  $g = 10 \text{ N/kg}$ .

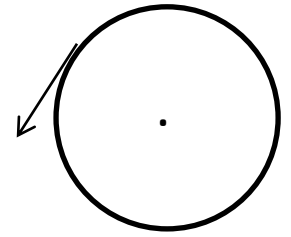


- Déterminer la valeur de la vitesse  $\vec{V}_D$  du projectile au point D. On néglige les frottements.
- Déterminer l'intensité minimale qu'il faut donner à  $\vec{F}$  pour que le projectile atteigne D.
- En réalité la piste ABCD présente une force de frottement  $\vec{f}$  d'intensité  $1 \text{ N}$ .
- Déterminer la valeur de la vitesse  $\vec{V}_D$  avec laquelle le projectile quitte la piste en D sachant que  $BC = 0,5 \text{ m}$ .
- Calculer la valeur de la vitesse du projectile lorsqu'il retombe sur le plan horizontal en E.

### Exercice 3 :

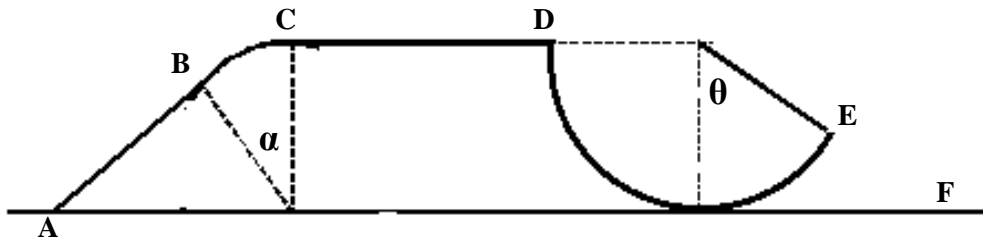
Une machine tournante a une fréquence de rotation égale à **200tr/min**. Son moment d'inertie par rapport à son axe de rotation est égal à  **$J_A=50 \text{ kg. m}^2$** . On prendra  **$g =10 \text{ N/ kg}$** . Pour l'arrêter on exerce une force tangentielle constante  **$f =150 \text{ N}$** .

- 1) Calculer la variation d'énergie cinétique au cours du freinage.
- 2) Calculer le moment de la force de freinage sachant que la machine peut être assimilée à un disque de Diamètre  **$d=80 \text{ cm}$** .
- 3) Calculer le nombre de tours effectués par la machine avant l'arrêt.



### Exercice 4 :

Un solide ponctuel de masse  **$m=0,5\text{Kg}$**  monte un parcours ABCDE sans vitesse initiale à partir du point A à l'aide d'une force constante  **$F=20\text{N}$**  appliquée sur lui durant le trajet AB.



AB : plan incliné d'un angle  **$\alpha=30^\circ$**  et de longueur  **$AB=2\text{m}$**  .

BC et DE : arc de cercle de rayon  **$r=1,15\text{m}$**  .

CD : plan horizontal de longueur  **$CD=2\text{m}$**  .

**Données :**  **$g=10\text{N/Kg}$**  ;  **$\theta = 60^\circ$**  ;

On néglige tous les frottements sauf sur le portion CD dans lequel le solide est soumis à une force de frottement tangente à la trajectoire et d'intensité  $f$  .

- 1) Trouver l'expression de la vitesse du solide au point B .calculer sa valeur .
- 2) Trouver l'expression de la vitesse du solide au point C .calculer sa valeur .
- 3) Le solide arrive en D sans vitesse, calculer l'intensité  $f$  de la force de frottement .
- 4) Le solide continue son parcours DE sans vitesse en D et arrive en E avec une vitesse  $V_E$  , trouver l'expression de cette vitesse puis calculer sa valeur.
- 5) Le solide retombe sur le plan horizontal en F avec une vitesse  $V_F$  , trouver l'expression de cette vitesse puis calculer sa valeur .

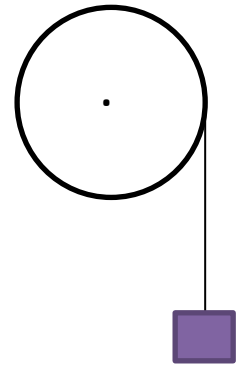
### Exercice 5 :

Un disque de masse  $M$  et de rayon  $r=20\text{cm}$ , peut tourner autour d'un axe fixe passant par son centre  $O$ . sur ce disque est enroulé un fil inextensible qui porte à son extrémité un corps (s) de masse  $m=100\text{g}$ . (voir figure)

- On lâche le système à  $t_0=0$  sans vitesse initiale .
- On néglige tous les frottements .et on donne  $g=10\text{N/Kg}$  .

1) A l'instant  $t_1$  le disque a effectué  $n=5\text{tours}$  et atteint la vitesse  $\omega_1=15\text{rad/s}$

, et le solide parcourt la distance  $AB$  et atteint la vitesse  $V_B$  .



1-1/ Calculer la distance  $AB$  et la vitesse  $V_B$ .

1-2/ En appliquant le T.E.C sur le solide, calculer le travail de la force appliquée par le fil sur le solide . qu'il est sa nature ?

1-3/ En appliquant le T.E.C sur le disque ,Calculer le moment d'inertie du disque  $J_A$  .

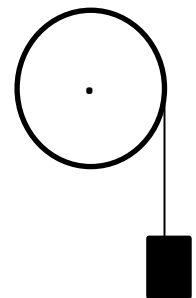
2) A l'instant  $t_1$  le fil se détache du disque qui s'arrête après avoir réalisé  $25\text{trs}$  , sous l'action d'un couple de frottement de moment  $M$  constant . calculer ce moment  $M$  .

### Exercice 6 :

On considère un disque de masse  $M=2\text{Kg}$  et de rayon  $r =0,2\text{m}$  qui peut tourner autour d'un axe fixe ( $\Delta$ ) passant par son centre  $O$  avec une vitesse angulaire constante  $\omega_0=10\text{rad.s}^{-1}$  .

On donne :  $g =10\text{N.Kg}^{-1}$  et  $J_A=\frac{1}{2} M . r^2$

- 1) Calculer le moment d'inertie du disque ainsi que son énergie cinétique  $E_{C0}$  .
- 2) Pour arrêter le disque on lui applique un couple de frottement de moment  $M_f$  à  $t_0=0\text{s}$  et il s'arrête à  $t_1$  après avoir effectué  $40\text{trs}$  . calculer  $M_f$  .
- 3) On enroule sur la gorge du disque un fil inextensible et de masse négligeable et qui porte à son extrémité un corps (S) de masse  $m=1\text{kg}$  , puis on lâche le système sans vitesse initiale .



Dans cette question (3) on néglige les frottements

3-1) Faire l'inventaire des forces appliquées sur le système (**disque + corps (S)**) .

3-2) Sachant que le corps (S) à parcouru une hauteur  $h=4.r$  , Montrer que sa vitesse est de la forme :  $V=2.\sqrt{r.g}$  . calculer sa valeur

3-3) Déduire la valeur de la vitesse angulaire du disque  $\omega$  .

### Exercice 7:

- On considère un pendule simple constitué d'une petite bille métallique, ponctuelle de masse  $m = 200\text{g}$  . attachée à un fil inextensible de masse négligeable et de longueur  $L=0,8\text{ m}$ .
- L'ensemble est fixé en un point O . On écarte le pendule de sa position d'équilibre d'un angle  $\alpha_0 = 40^\circ$  (position A de la bille) et on le lâche **sans vitesse initiale**.
- On repère la position du pendule par l'angle  $\alpha$  que fait le fil avec la verticale.
- On suppose que le fil reste tendu au cours du mouvement et que les frottements sont négligeables .

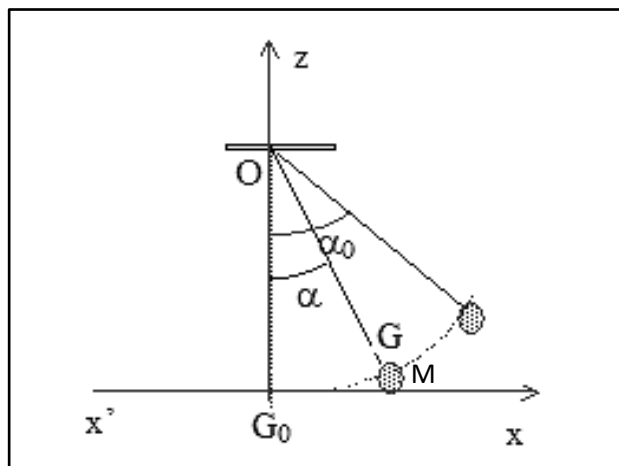
**On donne :**  $g = 10\text{ N/kg}$

- 1) Exprimer la vitesse  $V_M$  de la bille au point M en fonction de :  $g$  ,  $L$  , et  $\alpha$ .
- 2) En déduire la vitesse de la bille au passage par sa position d'équilibre stable.
- 3) On écarte de nouveau le pendule de sa position d'équilibre dans le sens positif d'un angle  $\alpha=30^\circ$  et on le lance avec une énergie cinétique  $E_{C0}$  .

Calculer l'énergie cinétique  $E_{C0}$  pour que le pendule effectue un mouvement oscillatoire entre les deux positions  $\Theta_1 = -60^\circ$  et  $\Theta_2 = 60^\circ$

- 4) Dans une autre expérience, on communique au pendule une énergie cinétique  $E_{C0}=2,5\text{J}$  à partir de sa position d'équilibre stable.

ce pendule arrivera-t-il à sa position d'équilibre instable ? si oui avec qu'elle vitesse ?

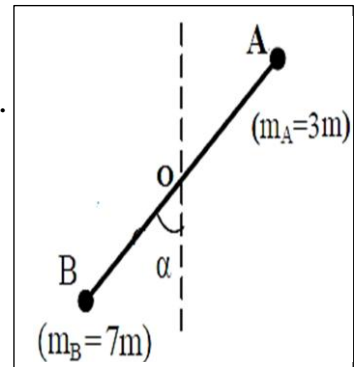


### Exercice 8 :

Un pendule est constitué d'une tige de longueur  $AB = 2L$  et de masse  $M = 6m$ ,  $m$  étant une masse de valeur donnée. Cette tige est munie de deux masselottes quasi ponctuelles placées en A et B ; elles ont pour masse  $m_A = 3m$  et  $m_B = 7m$  (voir figure). Le pendule composé oscille sans frottement dans un plan vertical.

- 1) Déterminer la position du centre d'inertie  $G$  du système .
- 2) Calculer le moment d'inertie  $J$  du pendule pesant ainsi constitué.
- 3) On écarte le pendule d'un angle  $\alpha = 50^\circ$ . On le lâche sans vitesse initiale. Calculer la vitesse angulaire  $\omega_0$  lorsque celui-ci passe par sa position verticale.
- 4) Calculer alors la vitesse  $V_B$  de la masselotte placée en B.

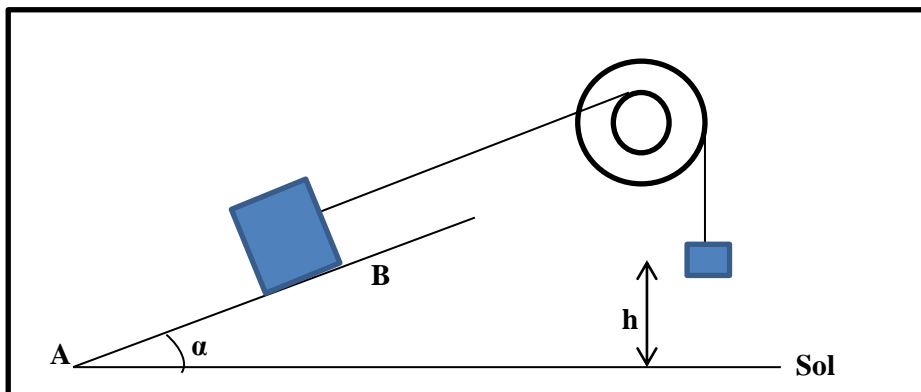
On donne :  $m = 50 \text{ g}$  ;  $L = 0,80 \text{ m}$  et  $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$ .



### Exercice 9 :

Un solide ( $S_2$ ) de masse  $m_2$  peut glisser sans frottement le long de la plus grande pente d'un plan incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  avec l'horizontale. Un câble inextensible et de masse négligeable relie le solide ( $S_2$ ) à une charge ( $S_1$ ) de masse  $m_1$  par l'intermédiaire d'une poulie à deux gorges de rayons  $r_1$  et  $r_2$ . On abandonne à l'instant initial le système sans vitesse initiale. Le solide ( $S_2$ ) se déplace alors sans frottement le long de la ligne de plus grande pente du plan incliné .

On donne :  $r_1 = 2r_2 = 30 \text{ cm}$  ;  $m_1 = 30 \text{ kg}$  ,  $m_2 = 2m_1$  ,  $J_A = 2,2 \text{ kg.m}^2$  et  $g = 10 \text{ N/kg}$  .



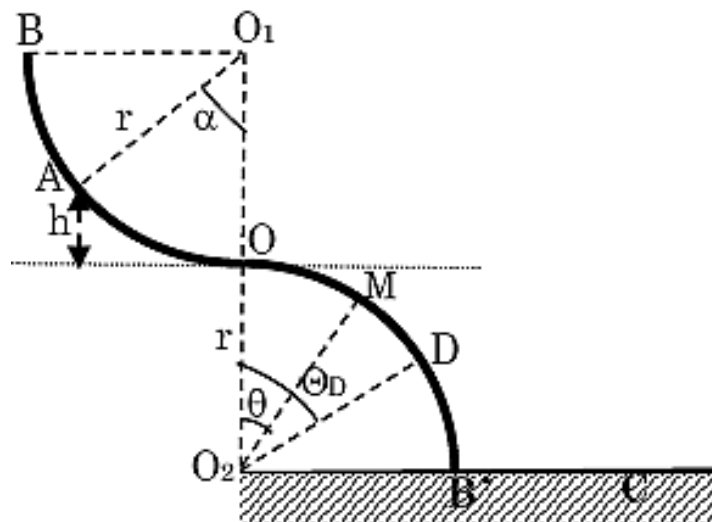
- 1) Trouver le sens de déplacement du système étudié.
- 2) Exprimer l'énergie cinétique du système constitué par les solides { ( $S_1$ ) ; ( $S_2$ ) ; le treuil ; le câble } en fonction de la vitesse linéaire  $V_1$  du solide ( $S_1$ ) .
- 3) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, donner l'expression de la vitesse  $V_1$  en fonction de  $g$ ,  $m_1$ ,  $r_1$ ,  $\alpha$ ,  $J_A$  et  $h$  la dénivellation de ( $S_2$ ) .
- 4) Calculer la tension  $T_1$  du câble ( $f_1$ ) et la tension  $T_2$  du câble ( $f_2$ ) , lorsque ( $S_1$ ) s'est déplacé de  $h = 2m$  .
- 5) Lorsque ( $S_1$ ) arrive au sol situé à  $h = 2m$  de la position initiale de ( $S_1$ ) le câble se casse brutalement. Décrire le mouvement ultérieur de ( $S_2$ ) .

- 6) Calculer la distance **D** parcourue par (**S**<sub>2</sub>) depuis la position initial **A** jusqu'a son repassage par la même position .
- 7) En déduire la vitesse de (**S**<sub>2</sub>) Lors de son repassage par **A**.

### Exercice 10 :

Une portion de gouttière **BO** de forme circulaire de rayon **r = 1m** se situe dans un plan vertical. Elle se raccorde en **O** à une autre gouttière identique **OB'** située dans le même plan (voir figure). Les centres **O**<sub>1</sub> et **O**<sub>2</sub> des deux gouttières se trouvent sur la même verticale. Un solide ponctuel **S** de masse **m = 100g** est lâché sans vitesse du point **A** situé à une hauteur **h = 0,3r** par rapport au plan horizontal passant par **O**.

- Les frottements étant supposés négligeables .
  - **g = 10 m.s<sup>-2</sup>**.
- 1) Calculer la valeur de l'angle **α** .
  - 2) Exprimer **V<sub>O</sub>** la vitesse du solide au passage en **O** en fonction de **g** , **r** et **α** .  
Calculer **V<sub>O</sub>** .
  - 3) Sur le parcours **OD** le solide reste en contact avec la surface de la gouttière et sa position est repérée par l'angle **θ** . Etablir l'expression de la vitesse **V<sub>M</sub>** du solide en un point **M** quelconque du trajet **OD** en fonction **h** , **r** , **g** et **θ** .
  - 4) Sur le trajet **OD**, on montre que l'intensité **R** de la réaction de la gouttière sur **S** a pour expression : **R = m . g ( cosθ -  $\frac{V_M^2}{g.r}$  )** . Exprimer **R** en fonction de **m** , **g** et **θ** .
  - 5) A quelle position **R** est maximale ? calculer sa valeur .
  - 6) Au point **D** le solide **S** perd le contact avec la gouttière et suit le trajet **DC** . Déterminer la valeur numérique **θ<sub>D</sub>** et celle de **V<sub>D</sub>** au point **D**.
  - 7) Avec quelle vitesse le solide touche-t-il le sol en **C** ?
  - 8) En réalité la vitesse du solide au passage en **D** vaut **V<sub>D</sub> = 2m.s<sup>-1</sup>**.  
Calculer l'intensité **f** supposée constante de la force de frottement qui s'exerce sur le solide entre **A** et **D**.





**Exercice 11 :**

On considère le système mécanique représenté sur la figure (1), constitué par :

- un corps solide (S) de masse  $m = 0,8\text{kg}$  peut glisser sur un plan incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport au plan l'horizontal .
- une poulie homogène de rayon  $r = 10\text{cm}$ , peut tourner sans frottement autour de son axe de révolution  $\Delta$  et de moment d'inertie  $J_\Delta = 10^{-2}\text{kg.m}^2$
- un fil inextensible, de masse négligeable, enroulé sur la gorge de la poulie et son autre extrémité est fixé au corps solide (S) .

Pour soulever le corps (S) sur le plan incliné, on utilise un moteur lié à la poulie par un arbre qui tourne autour de l'axe fixe  $\Delta$  avec une vitesse angulaire constante  $\omega = 20\text{rad/s}$

**I )** On suppose que les **frottement sont négligeable** entre le solide et le plan incliné ;

1) Calculer l'intensité de la force  $\vec{T}$  exercée par le fil sur la poulie pour soulever le solide (S) de la position **A** à la position **B**. En déduire le moment du couple appliqué par le moteur sur le poulie .

2) Calculer la puissance moyenne développée par ce moteur .

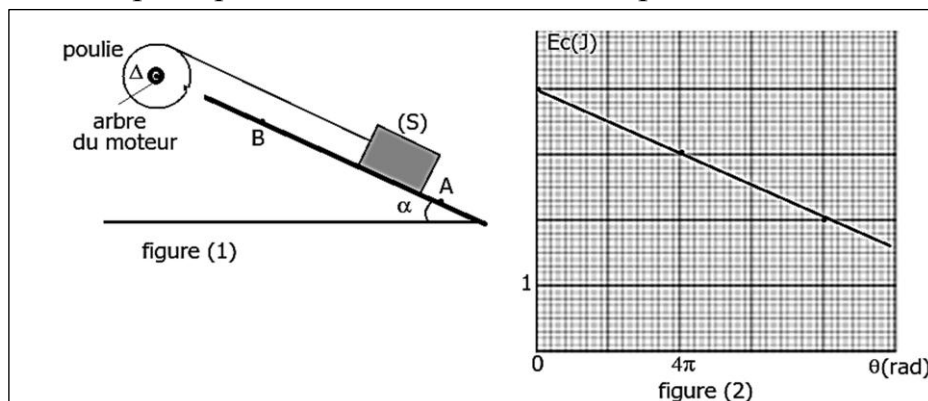
**II )** Dans ce cas on suppose que les **frottement ne sont plus négligeable** et elles sont équivalentes à une seule force d'intensité  $f = 0,9\text{N}$  .

Lorsque le solide atteint le point **B** le fil se détache de la poulie, calculer la distance **BC** parcourue par le solide avant qu'il s'arrête au point **C** .

**III )** Pour faire ralentir le mouvement de la poulie, on lui applique à l'instant  $t=0\text{s}$  un couple de frottement de moment constant  $M'_f = -8.10^{-2}\text{N.m}$  .

la courbe représentée dans la figure (2) donne la variation de l'énergie cinétique  $E_c$  de la poulie sous l'action du couple de frottement en fonction de de l'abscisse angulaire  $\theta$  lors de rotation de la poulie autour de l'axe  $\Delta$  .

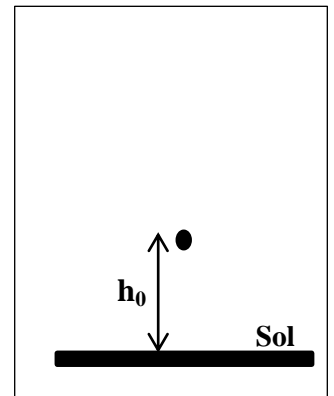
- 1) A partir de la courbe, trouver l'expression de  $E_c$  en fonction de  $\theta$  .
- 2) Trouver la variation de l'énergie cinétique  $\Delta E_c$  de la poulie entre les deux instants  $t_0 = 0$  tel que  $\theta_0 = 0$  et  $t_1$  tel que  $\theta_1 = 16\pi\text{rad}$ .
- 3) Trouver les deux vitesses angulaires  $\omega_0$  et  $\omega_1$  de la poulie à  $t_0$  et  $t_1$  .
- 4) En appliquant le théorème d'énergie cinétique à la poulie entre  $t_0$  et  $t_1$ , calculer le travail effectué par le moteur et déduire le moment du couple moteur par rapport à  $\Delta$  .
- 5) Calculer  $M''$  le moment du couple de frottement qu'on doit appliquer à la poulie pour qu'elle s'arrête après qu'elle effectue deux tours à partir à l'instant où est appliqué.



### Exercice 12 :

On lance verticalement vers le haut une balle en acier de masse  $m$  avec une vitesse initiale  $V_0=4m/s$  du point A de hauteur  $h_0=4m$  par rapport à la surface du sol.

- 1) Déterminer la hauteur maximale  $H_{max}$  atteinte par la balle en fonction de  $h_0$ ,  $V_0$  et  $g$ .
- 2) Calculer la vitesse de la balle lorsqu'elle touche le sol  $V_S$ .
- 3) En touchant le sol la balle rebondit et atteint une hauteur  $h_1 < h_0$ , puis retombe vers le sol et rebondit encore une fois et ainsi de suite. pendant chaque rebond sa vitesse diminue de 20%.



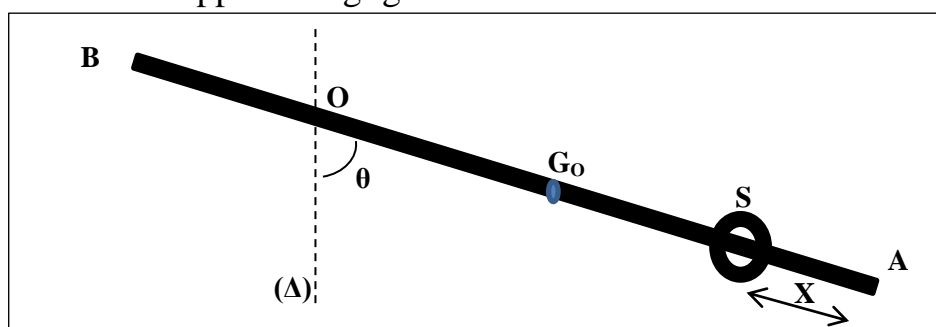
**3-1/** En appliquant le théorème de l'énergie cinétique déterminer après le 1<sup>er</sup> rebond la hauteur  $h_1$  atteinte par la balle en fonction de  $h_0$ ,  $V_0$  et  $g$ .

**3-2/** La variation de la vitesse au moment du choc avec le sol est due aux forces de frottement de résultante  $f$ . calculer le travail de cette résultante au cours du 1<sup>er</sup> rebond.

**3-3/** Trouver l'expression la vitesse de la balle  $V_{Sn}$  pour le  $n^{\text{ème}}$  rebond en fonction de  $V_S$  et  $n$ . calculer la vitesse de la balle juste après le 4<sup>ème</sup> rebond.

### Exercice 13 :

- Le moment d'inertie d'une tige **AB** (homogène de masse  $m=200g$  de longueur  $2L$ ) par rapport à un axe  $\Delta$  qui passe par son extrémité est donnée par la relation :  $J_{\Delta} = \frac{1}{3} m \cdot AB^2$
- Un solide ponctuelle (S) de masse  $m$  peut coulisser sur AB, On le fixe à la distance  $x$  de l'extrémité **A** de telle sorte que le centre de gravité du système  $S_0\{(AB) \cup (S)\}$ , soit  $BG_0=1,2L = 160cm$ .
- On fixe la tige à un axe  $\Delta$  au point **O** loin de  $d=60cm$  de **B**.
- On écarte le pendule ainsi formé de  $\theta=60^\circ$  par rapport à la position d'équilibre verticale et lui comunique une énergie cinétique de  $E_{co}=0,5J$ .
- Les frottements sont supposés négligeables.



- 1) Trouver la valeur de  $X$  par application de la relation barycentrique.
- 2) Calculer l'angle maximal  $\theta_m$  que fait le pendule avec la verticale lors de son mouvement.
- 3) Calculer le moment d'inertie du pendule  $J_O$ .
- 4) Calculer la vitesse maximale  $V_m$  atteinte par le solide (S) au cours du mouvement.