

### Exercice 4 :

Soient  $(C)$  l'ensemble des points  $M(x; y)$  tel que :  $(C) : x^2 + y^2 + 8x - 4y + 10 = 0$  et la droite  $(D) : x - 2y + 13 = 0$

1) a) Montrer que  $(C)$  est un cercle et déterminer son centre  $K$  et son rayon  $r$

b) Montrer que la droite  $(D)$  coupe le cercle  $(C)$  en deux points  $E$  et  $F$

c) Déterminer les coordonnées de  $E$  et  $F$

2) Soit  $(D') : 3x - y + 4 = 0$  une droite

a) Montrer que la droite  $(D')$  est tangente au cercle  $(C)$  à un point  $H$

b) Déterminer les coordonnées de  $H$  le point de tangence de  $(D')$  et  $(C)$

3) Résoudre graphiquement le système  $(S)$  suivant ;  $(S) : \begin{cases} x^2 + y^2 + 8x - 4y + 10 \geq 0 \\ x - 2y + 13 \leq 0 \end{cases}$

## Chapitre 5 : les suites numériques

### Exercice 1 :

Pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ , on donne :  $v_n = \frac{3n+14}{n+5}$

1) Calculer les trois premiers termes de  $(v_n)$

2) Est-ce que  $\frac{3}{2}$  est un terme de la suite  $(v_n)$  ?

3) Montrer que  $(\forall n \in \mathbb{N}) ; \frac{14}{5} < v_n < 3$

4) Etudier la monotonie de  $(v_n)$

### Exercice 2 :

On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par : 
$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{4} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n^2 + \frac{1}{2}u_n \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Montrer par récurrence que :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq u_n \leq 1$

### Exercice 3 :

On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par : 
$$\begin{cases} u_0 = \frac{-5}{4} \\ u_{n+1} = (u_n + 2)^2 - 2 \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1) Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad -2 \leq u_n \leq -1$

2) Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} - u_n = (u_n + 1)(u_n + 2)$

3) En déduire la monotonie de  $(u_n)$

### Exercice 4 :

On considère la suite  $(u_n)$  définie par : 
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{21+u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1) Montrer par récurrence que :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n > 0$

2) Montrer que  $u_{n+1} \leq \frac{1}{7}u_n$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

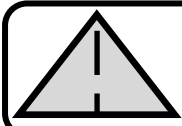
3) Montrer que la suite  $(u_n)$  est décroissante

4) Montrer par récurrence que  $u_n \leq \left(\frac{1}{7}\right)^n$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

# Les suites

<b>définition</b>	Toute fonction définie de $I$ partie de $\mathbb{N}$ vers $\mathbb{R}$ appelée une suite numérique
-------------------	--

<b>Suite majorée</b>	$(u_n)$ majorée par $M$ $\iff U_n \leq M$
<b>Suite minorée</b>	$(u_n)$ minorée par $m$ $\iff U_n \geq m$
<b>Suite bornée</b>	$(u_n)$ bornée $\iff (u_n)$ majorée et minorée $m \leq u_n \leq M$



Dans le cas d'une suite récurrente, on utilise le principe de récurrence pour montrer que la suite est majorée ou minorée

<b>Suite décroissante</b>	<b>Suite croissante</b>	<b>Suite constante</b>
$u_{n+1} - u_n \leq 0$	$u_{n+1} - u_n \geq 0$	$u_{n+1} - u_n = 0$
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
$u_n \leq u_{n_0}$	$u_n \geq u_{n_0}$	$u_0 = u_1 = \dots = u_n$

	Suite géométrique	Suite arithmétique
<b>Définition</b>	$u_{n+1} = q \times u_n$ $q$ appelé la raison de la suite géométrique (pratiquement en calcul $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ )	$u_{n+1} = u_n + r$ $r$ appelé la raison de la suite arithmétique (pratiquement en calcul $u_{n+1} - u_n$ )
<b>Le terme général</b> (l'expression $u_n$ de en fonction de $n$ )	$u_n = u_0 \times q^n$ $u_n = u_p \times q^{n-p}$	$u_n = u_0 + nr$ $u_n = u_p + (n - p)r$
<b>La somme des termes successifs</b>	$S_n = u_p + u_{p+1} + \dots + u_n$ $S_n = u_p \times \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} \quad q \neq 1$ $S_n = (n - p + 1)u_p \quad q = 1$	$S_n = u_p + u_{p+1} + \dots + u_n$ $S_n = \frac{(n - p + 1)(u_p + u_n)}{2}$
<b>3 termes successifs</b>	$a$ et $b$ et $c$ trois termes successifs $a \times c = b^2$	$a$ et $b$ et $c$ trois termes successifs $a + c = 2b$