Suites numériques	Prof : Rachid El.

Exercice 1 (Suite explicite)

Soit (u_n) la suite définie par : $u_n = n^2 - 2n + 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) *Calculer* : u_0 , u_1 et u_2 .
2) **Quel est l'indice du 6iéme terme ? Calculer ce terme .**
3) *Exprimer* , **en fonction n** , *les termes* : u_{n+1} , u_{n+2} et u_{2n} .
4) *Exprimer* , **en fonction n** , *la différence* : $u_{n+1} - u_n$

Exercice 2 (Suite récurrente)

1) *Soit (u_n) la suite définie par* : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 3\,u_n - 2$ *pour tout* $n \in \mathbb{N}$

   Calculer u_1 , u_2 et u_3

2) *Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite définie par* : $u_1 = 1$ et $u_{n+1} = 2\,u_n + n$ *pour tout* $n \in \mathbb{N}^*$

   Calculer u_2 , u_3 et u_4

3) *Soit (u_n) la suite définie par* : $u_0 = 0$, $u_1 = 0$ et $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} = 2\,u_n + u_{n-1}$

   Calculer u_2 , u_3 et u_4

Exercice 3 (Suite : Majorée – Minorée – Bornée)

I) Soit (u_n) la suite definie par : $u_n = \dfrac{3n+2}{n+5}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) *Calculer* u_0 , u_1 et u_2 .
2) *ontrer que la suite (u_n) est* **majorée par 3** .
3) *Montrer que* $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n \geq \frac{2}{5}$ (*la suite (u_n) est* **minorée par** $\frac{2}{5}$) .
4) *En dduire que* **la suite (u_n) est bornée**

II) Soit (v_n) la suite définie par : $v_0 = 2$ et $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n + \frac{1}{2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) : v_n > 1$

III) Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = \frac{2u_n}{1+u_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) *Calculer* u_1 .
2) *Montrer que* $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n > 0$.
3) *Montrer que* $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n < 1$.
4) *n dduire que* **la suite (u_n) est bornée** .

Exercice 4 (Variations d'une suite)

I) Soit (u_n) la suite définie par : $u_n = 7n - 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

Etudier la monotonie de la suite (u_n).

II) Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 3\,u_n - 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) *Montrer que* $(\forall n \in \mathbb{N}) : \; u_n > 1$.
2) *Montrer que la suite* (u_n) *est* **croissante**.

III) Soit (v_n) la suite définie par : $v_0 = 2$ et $v_{n+1} = \frac{1}{2}(1 + v_n)^2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

Montrer que la suite (v_n) est croissante.

Exercice 5 (Suite arithmétique)

Soit (u_n) la suite définie par : $u_n = 3n - 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) *Montrer la suite* (u_n) **est arithmetique**
2) *Calculer* : u_{100}
3) *Calculer* **la somme** : $S = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_{100}$
4) *Calculer* **la somme** : $T_n = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$ **en fonction de n**

Exercice 6 (Suite arithmétique)

(u_n) est une suite arithmétique de raison -2 et $u_1 = 1$

1) **Calculer u_4 et u_{12}**
2) *Determiner* u_n **en fonction de n**
3) *Calculer* **la somme** : $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$ **en fonction de n**

Exercice 7 (Suite arithmétique)

(u_n) est une suite arithmétique telle que : $u_2 = 41$ et $u_5 = -13$

1) **Déterminer r la raison de la suite (u_n)**
2) **Calculer u_{30}**
3) *Determiner* u_n **en fonction de n**