Résumé de leçon
(Les Suites Numérique)

1 La Suite Arithmétique et La Suite Géométrique :$(n;p) \in \mathbb{N}$ *et* $p \leqslant n$

•	La Suite Arithmétique	La Suite géométrique
Définition	$\forall n \in \mathbb{N}\ ;\ U_{n+1} - U_n = r$	$\forall n \in \mathbb{N}\ ;\ U_{n+1} = q \times U_n$
Le terme général	$U_n = U_p + (n-p)r$	$U_n = q^{(n-p)} \times U_p$
•	$U_n = U_0 + n \cdot r$	$U_n = q^n \times U_0$
$S_n = U_0 + U_1 + \ldots + U_n$	$= \dfrac{(n+1)}{2} \times (U_n + U_0)$	$= U_0 \times \dfrac{(1-q^{n+1})}{(1-q)}$

2 La suite majorée ; minorée ; bornée

(U_n) est une suite majorée par M $\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}; U_n \leqslant M$
(U_n) est une suite minorée par m $\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}; U_n \geqslant m$
(U_n) est une suite bornée par m et M; $\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}\ ;\ m \leqslant U_n \leqslant M$

3 La Monotone d'une suite

Si $\forall n \in \mathbb{N}\ ;\ U_n \leqslant U_{n+1}$ alors (U_n) est une suite croissante.
Si $\forall n \in \mathbb{N}\ ;\ U_{n+1} \leqslant U_n$ alors (U_n) est une suite décroissante.

DEVOIR

Exercice 1 $(U_n)_n$ المعرفة une suite réelle telle que : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \dfrac{6U_n}{1+15U_n}$

1) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n > \dfrac{1}{3}$

2) Etudier la monotonie de $(U_n)_n$ en déduire que $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n \leq 1$

3) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} - \dfrac{1}{3} \leq \dfrac{1}{6}\left(U_n - \dfrac{1}{3}\right)$ en déduire que $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n - \dfrac{1}{3} \leq \dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1}{6}\right)^n$

4) on pose $V_n = 1 - \dfrac{1}{3U_n}$ pour tout entier naturel n

a) montrer que $(V_n)_n$ est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{6}$

b) calculer V_n puis U_n en fonction de n

c) on pose $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} V_k$ et $T_n = \sum_{k=0}^{k=n} \dfrac{1}{U_k}$ déterminer S_n en fonction de n

en déduire que $T_n = 3n + \dfrac{3}{5} + \dfrac{12}{5}\left(\dfrac{1}{6}\right)^{n+1}$

Exercice 2 Soit la suite $(U_n)_n$ définie par $U_1 = 5$ et $U_{n+1} = 3U_n + 4^n$. on pose $V_n = 4U_n - U_{n+1}$

1) calculer U_0 , U_2 et V_0

2) montrer que $(V_n)_n$ est géométrique de raison $q = 3$ et calculer V_n en fonction de n

3) on pose $T_n = \sum_{k=0}^{k=n} V_k$ et $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} U_k$

a) déterminer T_n en fonction de n

b) montrer que $V_n = U_n - 4^n$ en déduire que $U_n = 4^n + 3^{n-1}$

c) montrer que $T_n - 3S_n = U_0 - U_{n+1}$ puis déterminer S_n en fonction de n

Exercice 3 *On considère la suite* $(U_n)_n$ *telle que* $U_0 = 0$; $U_1 = 1$ *et* $U_{n+2} = \dfrac{1}{6}U_{n+1} + \dfrac{1}{6}U_n$

On pose $V_n = U_{n+1} - \dfrac{1}{2}U_n$ *et* $W_n = U_{n+1} + \dfrac{1}{3}U_n$

1) a) *montrer que* $(V_n)_n$ *est géométrique et calculer* V_n *en fonction de* n

b) *montrer que* $(W_n)_n$ *est géométrique et calculer* W_n *en fonction de* n

2) *on pose* $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} W_k$ *et* $T_n = \sum_{k=0}^{k=n} U_k$

a) *calculer* S_n *en fonction de* n *et déterminer* U_n *en fonction de* n

c) *prouver que* $T_n = \dfrac{3}{2} - \dfrac{3}{10}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^n - \dfrac{6}{5}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

Suites numériques

Exercice 1

Calculer les trois premiers termes des suites suivantes :

1) $U_n = 2^n - n$ 2) $V_n = \sqrt{1 - \frac{1}{n}}$

3) $W_0 = 2 \ et \ W_{n+1} = \frac{2W_n + 1}{W_n + 2}$

4) $T_1 = 3 \ et \ T_n = \frac{1}{2}T_{n-1} + 2$

Exercice 2

On considère la suite $(U_n)_n$ définie par :

$$U_0 = 4 \ et \ U_{n+1} = \frac{2}{5}U_n + 3$$

Montrer que $(U_n)_n$ est majorée par 5

Exercice 3

On considère la suite $(U_n)_n$ définie par :

$$U_0 = -\frac{1}{2} \ et \ U_{n+1} = \frac{3U_n + 2}{2U_n + 3}$$

1) montrer que $(U_n)_n$ est minorée par -1
2) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n < 1$

Exercice 4

On considère la suite $(U_n)_n$ définie par :

$$U_0 = -1 \ et \ U_{n+1} = \frac{9}{6 - U_n}$$

1) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n < 3$
2) étudier la monotonie de la suite $(U_n)_n$
3) on pose $V_n = \frac{1}{U_n - 3}$

a) montrer que $(V_n)_n$ est une suite arithmétique
b) Déterminer U_n en fonction de n

Exercice 5

Soit $(U_n)_n$ une suite arithmétique telle que :

$U_3 = 5 \ et \ U_{11} = 29$

1) déterminer la raison r de la suite $(U_n)_n$
2) calculer la somme $S = U_0 + U_1 + ... + U_{11}$

Exercice 6

Soit la suite $(U_n)_n$ définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{4}{4 - U_n} \end{cases}$

1) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n < 2$
2) étudier la monotonie de la suite $(U_n)_n$
3) on pose $V_n = \frac{2}{U_n - 2}$

a) montrer que $(V_n)_n$ est une suite arithmétique
b) Déterminer U_n en fonction de n
c) Calculer $S_n = \sum_{k=0}^{k=n-1} V_k$ en fonction de n

Exercice 7

On considère la suite $(U_n)_n$ définie par :

$$U_0 = 2 \ et \ U_{n+1} = 2U_n - 1$$

1) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n > 1$
2) étudier la monotonie de la suite $(U_n)_n$
3) on pose $X_n = U_n - 1$

a) montrer que $(X_n)_n$ est une suite géométrique
b) déterminer U_n en fonction de n
c) calculer la somme $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} U_k$

Exercice 8

On considère la suite $(U_n)_n$ définie par :

$$U_0 = -\frac{3}{4} \ et \ U_{n+1} = \frac{2U_n - 1}{2U_n + 5}$$

1) a) vérifier que $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} = 1 - \frac{6}{2U_n + 5}$

b) prouver que $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad -1 < U_n < -\frac{1}{2}$

2) étudier la monotonie de la suite $(U_n)_n$
3) on pose $V_n = \frac{2U_n + 1}{U_n + 1}$

a) montrer que $(V_n)_n$ est une suite géométrique
b) déterminer U_n en fonction de n

4) a) montrer que :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad \left| U_{n+1} + \frac{1}{2} \right| \le \frac{6}{7} \left| U_n + \frac{1}{2} \right|$$

b) montrer par récurrence que :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad \left| U_n + \frac{1}{2} \right| \le \frac{1}{4} \left(\frac{6}{7} \right)^n$$

Professeur : Rachid Fanidi	Devoir Surveillé 02-D-S1-	
Lycée AL Massira EL Khadraa Tiznit	Classe : 1 BAC SC-EXF	
Année Scolaire :2023-2024	Durée : 2 heures	

7pts — EXERCICE 01

Soit ABC un triangle et soit $G = Bar\{(A;2);(B;3);(C;-1)\}$.

0.5pts 0.75pts 1)Montrer que : $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ et construire le point G.

1pts 2)Soit K un point défini par $5\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{AB}$.

0.75pts a- Montrer que : $K = Bar\{(A;2);(B;3)\}$.

b- Montrer que $G = Bar\{(K;5);(C;-1)\}$.

2pts c-Déduire que les points G ; K et C sont alignés.

1pts 3)Soit $H = Bar\{(B;3);(C;-1)\}$.

1pts a-Montrer que : $G = Bar\{(H;1);(A;1)\}$.

b-Déduire l'intersection des droites (AH) et (KC).

4)Déterminer l'ensemble des points M tels que : $\frac{5}{4}\left\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\right\|$

6pts — EXERCICE 02

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ on considère les points : $A(\sqrt{3}-1;\sqrt{3}+1)$; $B(-2;2)$

1.5pts 1)a-Montrer que : $OA = 2\sqrt{2}$ et calculer OB.

0.5pts b-Déduire la nature du triangle OAB.

2pts 2)a-Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$ et $\cos\left(\overline{\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}}\right)$ et $\sin\left(\overline{\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}}\right)$.

1pts b-Déterminer la mesure principale de l'angle $\left(\overline{\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}}\right)$ puis déduire au nouveau la nature du triangle OAB.

1pts 3)Donner l'équation cartésienne de la hauteur du triangle OAB passant par A.

7pts — EXERCICE 03

On considère le cercle (C) d'équation : $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$

1.25pts 1)Montrer que (C) est un cercle de centre $\Omega(1;2)$ et de rayon $R = 2\sqrt{2}$.

0.5pts 2)a-Vérifier que $A(-1;0) \in (C)$.

1pts b-Donner une équation cartésienne de la droite tangente (D) au cercle (C) au point A.

0.75pts 3)a-Montrer que la droite (Δ) d'équation $x + y - 3 = 0$ coupe le cercle (C) en deux points E et F.

1pts b-Déterminer les cordonnées des points E et F.

1.25pts c-Donner les équations des droites tangentes au cercle (C) en E et F.

0.5pts 4)a-Vérifier que le point $B(1;-2)$ est à l'extérieur du cercle (C).

0.75pts b-Déterminer les équations des tangentes au cercle (C) qui passe au point B.

Professeur : Rachid Fanidi	Devoir Surveillé 02-B-S1-	
Lycée AL Massira EL Khadraa Tiznit	Classe : 1 BAC SC-EXF	المديرية الإقليمية تيزنيت
Année Scolaire :2023-2024	Durée : 2 heures	الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين جهة سوس ماسة

EXERCICE 01 — 7pts

Soit ABC un triangle ;et soient G et H deux points tels que :

$$2\overrightarrow{AG}-2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}=\vec{0} \quad \text{et} \quad H=Bar\{(A;-1);(B;2)\}$$

1.5pts 1)Montrer que : $G=Bar\{(A;-1);(B;2);(C;1)\}$;puis Construire les points G et H.

0.75pts 2)Montrer que G est le milieu du segment $[CH]$.

1pts 3)Soit K un point du plan tel que : $\overrightarrow{BK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ .Montrer que : $K=Bar\{(B;2);(C;1)\}$.

0.75pts 4)Montrer que les droites (CH) et (AK) se coupe au point G.

1pts 5)Sachant que : $A(-1;2)$; $B(2;1)$ et $C(1;3)$ .Déterminer les coordonnées du point G.

2pts 6)Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que :

a- $\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}\right\|$ b- $\left\|2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$

EXERCICE 02 — 4pts

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ on considère les points : $A(2;0)$; $B(1;\sqrt{3})$

1.5pts 1)Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB}$ et les distances AO et AB.

1.5pts 2)Calculer $\cos\left(\overrightarrow{AO};\overrightarrow{AB}\right)$ et $\sin\left(\overrightarrow{AO};\overrightarrow{AB}\right)$.

0.5pts 3)a-Déterminer la mesure principale de l'angle $\left(\overrightarrow{AO};\overrightarrow{AB}\right)$.

0.5pts b-En déduire la nature du triangle ABC.

EXERCICE 03 — 9pts

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ on considère les points : $A(-1;2)$; $B(3;-4)$

Soit (C) l'ensemble des points M du plan vérifient : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=-4$.

1.25pts 1)a-Montrer que : $x^2+y^2-2x+2y-7=0$ est une équation cartésienne de l'ensemble (C).

1.25pts b-Montrer que (C) est un cercle de centre $\Omega(1.-1)$ et de rayon $R=3$.

0.5pts 2)a-Vérifier que $K(1;2)\in(C)$.

1pts b-Donner une équation cartésienne de la droite tangente (D) au cercle (C) au point K.

0.75pts 3)a-Montrer que la droite (Δ) d'équation $x+y+3=0$ coupe le cercle (C) en deux points.

1.25pts b-Déterminer les cordonnées des points d'intersection de la droite (Δ) et le cercle (C).

1.5pts 4)Résoudre graphiquement le système : $\begin{cases} x^2+y^2-2x+2y-7\prec 0 \\ x+y+3\succ 0 \end{cases}$.

0.5pts 5)a-Vérifier que le point $H(1;4)$ est situé à l'extérieur du cercle (C).

1pts b-Donner les équations des tangentes au cercle (C) et qui passe par le point H.