



# Les ensembles de nombres $\mathbb{N}$ , $\mathbb{Z}$ , $\mathbb{Q}$ , $\mathbb{D}$ et $\mathbb{R}$



Dr. Ayman NAIM

December 9, 2024

---

## Contents

1	Simplification sous la forme $a\sqrt{b}$	2
2	Simplification de fractions	2
3	Rationalité d'une expression	2
4	Calculs avec deux réels	2
5	Factorisation	3
6	Calcul et simplification	3
7	Développement et simplification	3
8	Complétez les identités	4
9	Démonstration avec racines carrées	4
10	Développement et simplification avancés	4

## 1. SIMPLIFICATION SOUS LA FORME $A\sqrt{B}$

### Exercice 1

Mettre sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $a$  et  $b$  sont deux entiers :

$$A = 3\sqrt{112} - 2\sqrt{7} + 5\sqrt{28}$$

$$B = 2\sqrt{32} - 3\sqrt{18} - 3\sqrt{50}$$

## 2. SIMPLIFICATION DE FRACTIONS

### Exercice 2

Écrire le plus simplement possible (en rendant le dénominateur entier) :

$$A = \frac{3\sqrt{360} - 2\sqrt{180}}{\sqrt{10} - \sqrt{2}}$$

$$B = \frac{2}{\sqrt{33}} \times \frac{\sqrt{363}}{\sqrt{2} - 1}$$

## 3. RATIONALITÉ D'UNE EXPRESSION

### Exercice 3

On pose :

$$A = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{10-3\sqrt{11}} + \frac{1}{10+3\sqrt{11}}}}$$

$A$  est-il un nombre rationnel ?

## 4. CALCULS AVEC DEUX RÉELS

### Exercice 4

Soit  $x$  et  $y$  tels que  $x + y = \sqrt{5}$  et  $xy = \frac{4}{5}$ . Calculez :

- $x^2 + y^2$
- $x^3 + y^3$
- $x^4 + y^4$

## 5. FACTORISATION

### Exercice 5

Factorisez les expressions suivantes :

$$A = 4x^2 - 9 + 2(3 - 2x)$$

$$B = x^3 - 8 + 4(x^2 - 4) - 3(x - 2)$$

$$C = 8x^3 + 1 - 2(1 - 4x^2)$$

$$D = x^5 + x^3 - x^2 - 1$$

## 6. CALCUL ET SIMPLIFICATION

### Exercice 6

Calculez et simplifiez :

$$A = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \times \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \times \sqrt{2 + \sqrt{2}} \times \sqrt{2}$$

## 7. DÉVELOPPEMENT ET SIMPLIFICATION

### Exercice 7

Développer, calculer et simplifier les expressions suivantes :

a)  $A = (3 + \sqrt{11})^2 - (3 - \sqrt{11})^2$

b)  $B = (4\sqrt{3} - 7)^{2015} \times (4\sqrt{3} + 7)^{2015}$

c)  $C = (\sqrt{75} - \sqrt{98}) \times (5\sqrt{3} + 7\sqrt{2})$

d)  $D = (5x + 2)^3$

e)  $E = (\sqrt{3} - 1)^3$

f)  $F = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$

## 8. COMPLÉTEZ LES IDENTITÉS

### Exercice 8

Complétez les identités suivantes :

a)  $10 - 4\sqrt{6} = (\dots - \dots)^2$

b)  $4 + 2\sqrt{2} = (\dots + \dots)^2$

## 9. DÉMONSTRATION AVEC RACINES CARRÉES

### Exercice 9

Soit  $a \in \mathbb{R}^*$  et  $b \in \mathbb{R}^*$  avec  $a \geq b$ . Montrer que :

$$\sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+b})$$

## 10. DÉVELOPPEMENT ET SIMPLIFICATION AVANCÉS

### Exercice 10

Soit :

$$X = \sqrt{10 - \sqrt{84}} + \sqrt{10 + \sqrt{84}}$$

a) Développer  $X^2$ , puis en déduire  $X$ .

b) Même question avec :

- $Y = \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{3 + \sqrt{5}}$

- $Z = \sqrt{15 - \sqrt{216}} + \sqrt{15 + \sqrt{216}}$