Chapitre 6 : Équilibre d'un solide soumis à l'action de 3 forces

توازن جسم صلب خاضع لثلاث قوى

Situation de départ

L' alpiniste est soumis à l'action de trois forces .
Quelles sont les conditions que doivent vérifier ces force pour qu'il Soit en équilibre?

I- Conditions d'équilibre d'un corps soumis à l'action de trois forces non parallèles

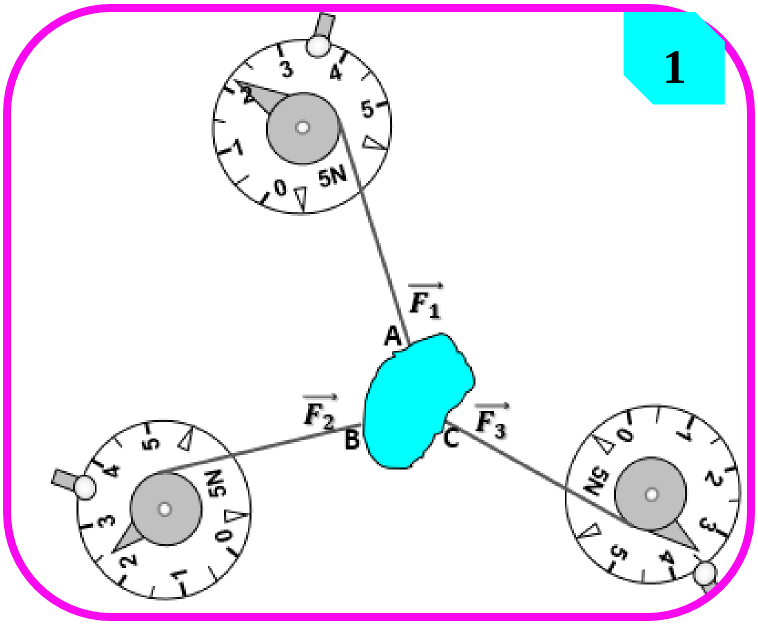
1 –Activité expérimentale :

- ***Objectif:***

  Trouver expérimentalement les conditions d'équilibre d'un corps soumis à l'action de 3 forces non parallèles

- ***Matériel :***

  corps plan léger de forme quelconque - trois dynamomètre –fils



❑ ***Manipulation :***

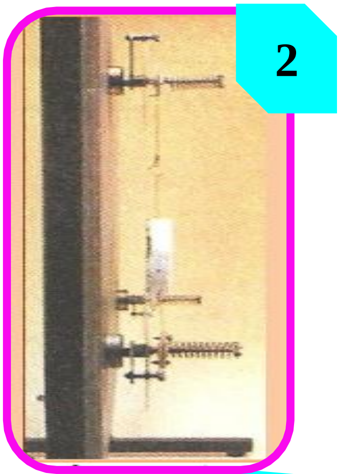
Réaliser l'équilibre d'un corps léger comme indiqué sur le DOC1 (bien tirer sur les dynamomètre pour négliger le poids du corps devant les autres forces)

❶ *Noter les intensités des trois forces Sur le tableau suivant:*

forces	$\vec{F_1}$	$\vec{F_2}$	$\vec{F_3}$
Intensités En (N)			

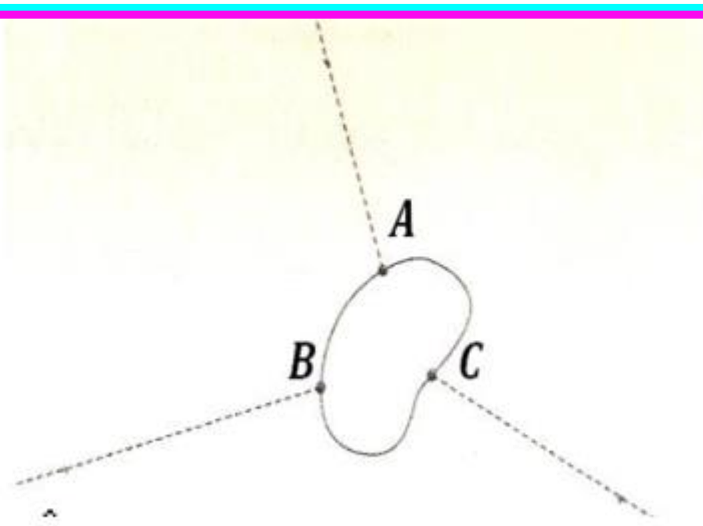
NB: vu que le corps est très léger nous avons négligé L'intensité de son poids devant les intensités de ces trois forces.

❷ *En se basant sur la vue de profil (DOC2) peut on dire que les directions de ces trois forces sont coplanaires?*



À l'aide de la vue de profil du montage expérimental on voit que les directions des 3 forces sont au même niveau(même plan) , donc elles sont coplanaires (مستوائية).

❸ *On éclaire avec une lampe les trois fils et à l'aide et À l'aide Leurs ambres on trace les directions des 3 forces (DOC3)*



3

❸ ❶ *Prolonger les directions des trois forces vers l'intérieur du corps (DOC 2) que constatez vous ?*

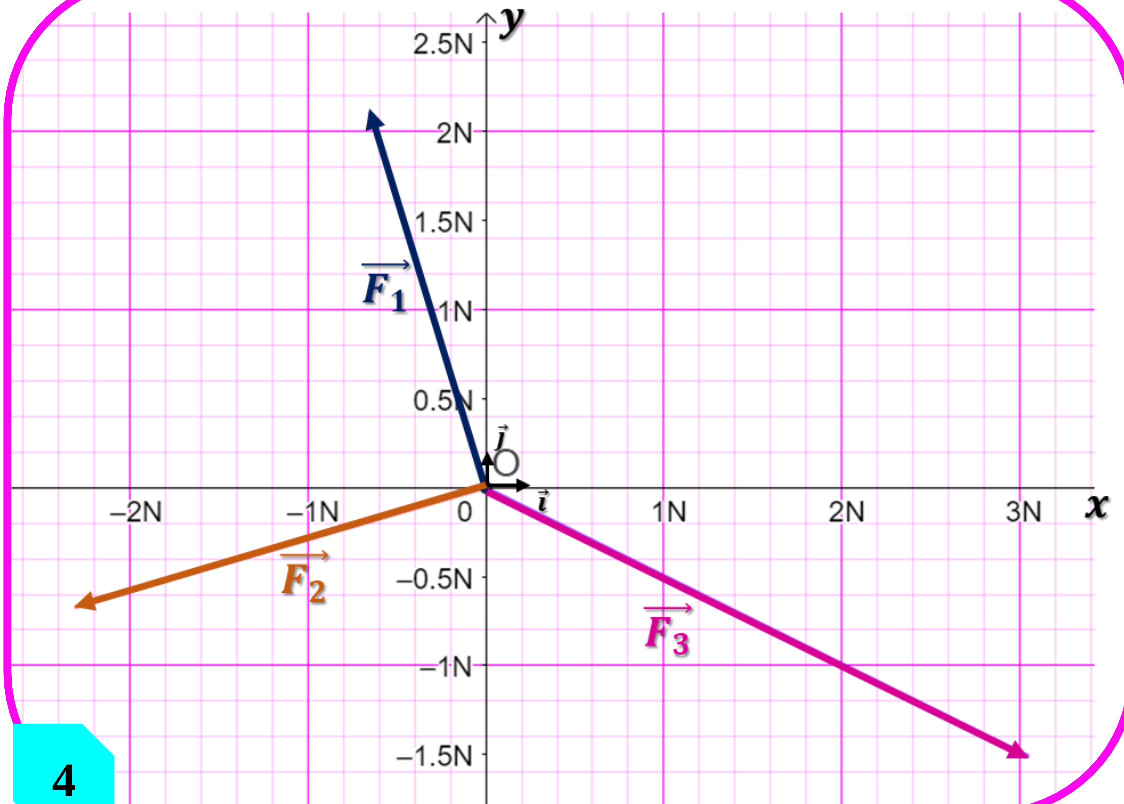
On constance que les trois directions se croisent en un seul point (O) donc on elles sont concourantes (متلاقية)

❸ ❷*Sur le même document représenter les 3 forces et mentionner l'échelle utilisée*

❸ ❸ *Sur le même document Translater ces vecteurs forces de façon à ce que l'extrémité de l'une coïncide avec l'origine de l'autre . la figure obtenu s'appelle polygone des forces . Est-il fermé ou ouvert?*

le polygone des forces tracé est fermé ($\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}=\vec{0}$)

❹*Sur le DOC4, on a représenté les forces (après translation) dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ dont l'origine O est le point d'intersection de leurs lignes d'action (les axes de repère sont gradués en Newton):*



4

❹ ❶*Par projection sur les deux axes ;construire les composantes de chaque force suivant les deux axes du repère .*

❹ ❷ *Compléter le tableau suivant :*

Forces	$\overrightarrow{F_1}$	$\overrightarrow{F_2}$	$\overrightarrow{F_3}$	Somme algébrique des composantes
Composantes suivant (O,x)	$F_{1x} = -0{,}65N$	$F_{2x} = -2{,}3N$	F_{3x} =3,05N	$\sum F_X$ =-0,65-2,3+3,05=0,1≈ $0N$
Composantes suivant (O,y)	$F_{1y} = 2{,}1N$	F_{2y} =-0,65N	$F_{3y} = -1{,}5N$	$\sum F_Y$ =2,1-0,65-1,5=0,05 ≈ $0N$

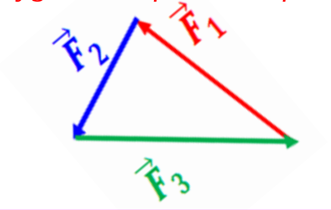
❺*Conclure les conditions d' équilibre d'un corps soumis à 3 forces non parallèles*

2 – Conclusion

On conclue que pour qu'un solide soumis à trois forces non parallèles $\overrightarrow{F_1}$; $\overrightarrow{F_2}$ et $\overrightarrow{F_3}$ soit en équilibre, il faut que :

- ✓ *Leurs directions soient :* coplanaires et concourantes
- ✓ *Leur somme vectorielle vérifie :* $\sum \vec{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{0}$ C'est-à-dire

Géométriquement
le polygone des forces est fermé



Analytiquement
les composantes de ces forces obtenues par projection dans un repère orthonormé $R(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ Vérifient :

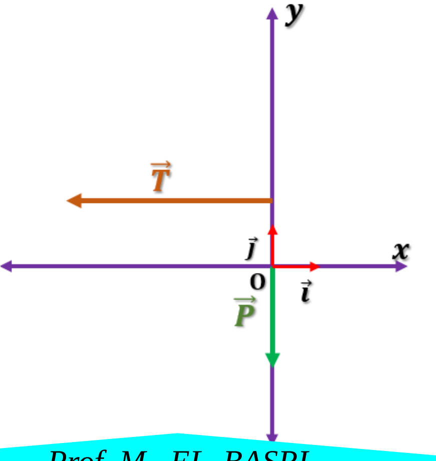
$$\sum F_x = 0 \text{ et } \sum F_y = 0$$

II-Applications

1 – Projections des vecteurs forces (rappel mathématique)

1 – 1 Projection d'une force perpendiculaire ou parallèle à un axe du repère

- ➢ **Si une force est perpendiculaire⊥ à l'un des axes de projection ; sa composante suivant cet axe est nulle**
- ➢ **Si une force est parallèle || (ou colinéaire) à l'un des axes de projection sa composante suivant cet axe est égale à l' intensité de cette force prise positive si la force est orientée dans le même sens de vecteur unitaire de cet axe et prise négative dans le cas contraire.**



Exemple :

cherchons les composantes des forces et $\vec{P}$ et $\vec{T}$ dans le repère ci contre (on donne les intensités de ces forces P=2N et T=3N)

- **Projection de $\vec{P}$ et $\vec{T}$ Ox :**

$\vec{P}$ ⊥ à Ox donc $P_x = 0$

$\vec{T}$ || à Ox donc T_x = -3N (négative car elle est dirigée dans le sens contraire de vecteur unitaire $\vec{\imath}$)

- **Projection de $\vec{P}$ et $\vec{T}$ Oy :**

  $\vec{P}$ ∥ à Oy donc $P_y = -2N$

  (négative car elle est dirigée dans le sens contraire de vecteur unitaire $\vec{j}$)

  $\vec{T} \perp$ à Oy donc $T_y = 0N$

1 – 2 Projection d'une force inclinée par rapport à un axe du repère

➢ *Si la direction d'une force est inclinée / par rapport à l'un des axes de repère ; ses composantes sont exprimées en fonction de son intensité (prise positive si la force est orientée dans le même sens vecteur unitaire de cet axe et prise négative dans le cas contraire) et de l'angle formé avec cet axe*

Exemple :

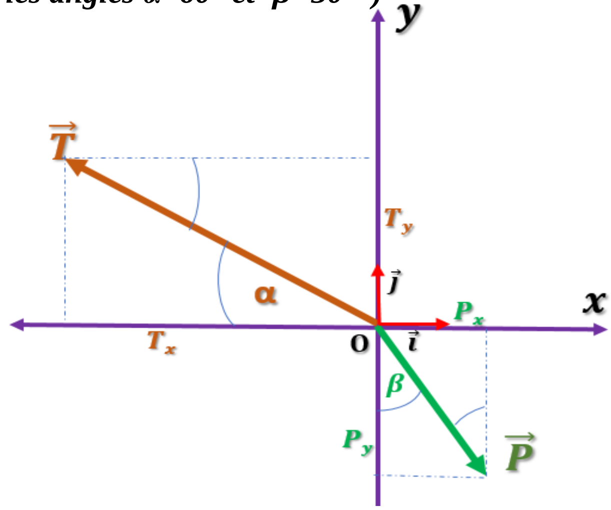
cherchons les composantes des forces et $\vec{P}$ et $\vec{T}$ dans le repère suivant :

(on donne : les intensités de ces forces P=2N et T=4N ; les angles α=60° et β=30°)

- **Projection de $\vec{P}$ et $\vec{T}$ sur les axes Ox et Oy :**

$\begin{cases} \cos(\alpha) = \cdots \\ \sin(\alpha) = \cdots \end{cases}$ ⇨ $T_x = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$ ⇨ $T_y = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$\begin{cases} \sin(\beta) = \cdots \\ \sin(\beta) = \cdots \end{cases}$ ⇨ $P_x = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$ ⇨ $P_y = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$



Remarque :

🔔 *Pour faciliter la détermination des composantes d'une force inclinée ,il faut les représenter sur le repère par projection ; et ainsi on obtient des triangles rectangles , ses composantes sont toujours en fonction d'un angle via une cosinus ou une sinus*

2 – Application : Equilibre d'un corps sur plan incliné

2 – 1 Cas d'un contact sans frottement

On considère un corps solide homogène de masse m=300g (S) en équilibre en contact sans frottement Avec un plan verglacé incliné d'un angle α=30° par rapport à L' horizontale et relié au centre de sa face gauche à un Dynamomètre parallèle au plan incliné et fixé à un support (figure ci-dessous) on donne: g=10N/Kg

❶ *Faire le bilan des forces exercées sur S*

....

....

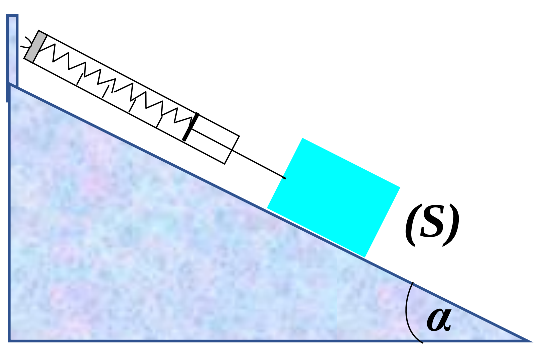
....

....

....

....

....



❷ *Représenter ces forces sur la figure sans souci d'échelle (chacune avec une couleur différente)*

❸ ***Utilisation de la Méthode géométrique :***

❸ ❶ *Tracer en justifiant votre réponse le polygone de ces forces sur la même figure*

❸ ❷ *Quelle est la nature géométrique de polygone obtenu*

……………………………………………………………………………………………………

❸❸ *Trouver les expressions de l' intensité T (la tension de dynamomètre) et l'intensité R (réaction de plan incliné) en fonction de m , g et α et Calculer leurs valeurs*

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

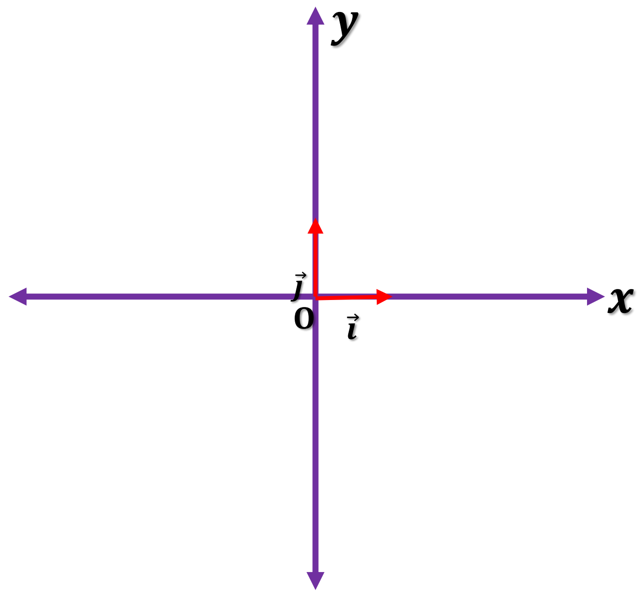
……………………………………………………………………………………………………

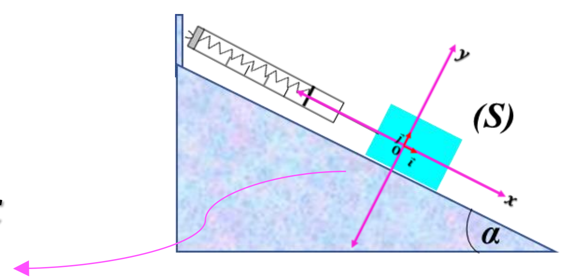
……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

❹ ***Utilisation de la Méthode Analytique :***

❹❶ *Représenter sans souci d'échelle les forces sur le repère orthonormé suivant (l'axe Ox est parallèle au plan incliné et Oy perpendiculaire à lui)*





❹❷ *Représenter sur le même repère les composantes de ces forces obtenues par projection*

❹❸ *Trouver les expressions de ces composantes en fonction des données*

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

………………

❹❹ *Retrouver en justifiant votre réponse les expressions de T et R trouvées à la question*

....

....

....

....

....

....

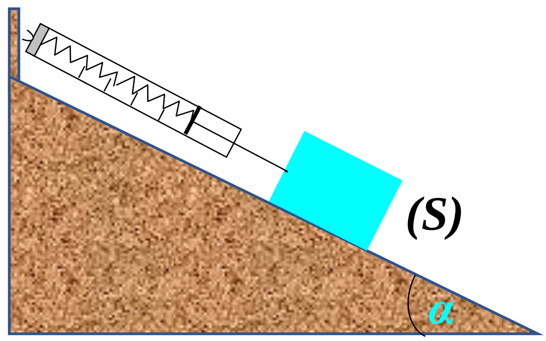
....

....

2 – 2 Cas d'un contact avec frottement

on refait le montage précèdent ,on change seulement le plan verglacé par un plan grossier incliné avec le même angle α=30° Le contact alors se fait avec frottement on donne le coefficient de frottement K=0,45

❶Faire le bilan des forces exercées sur S



....

....

....

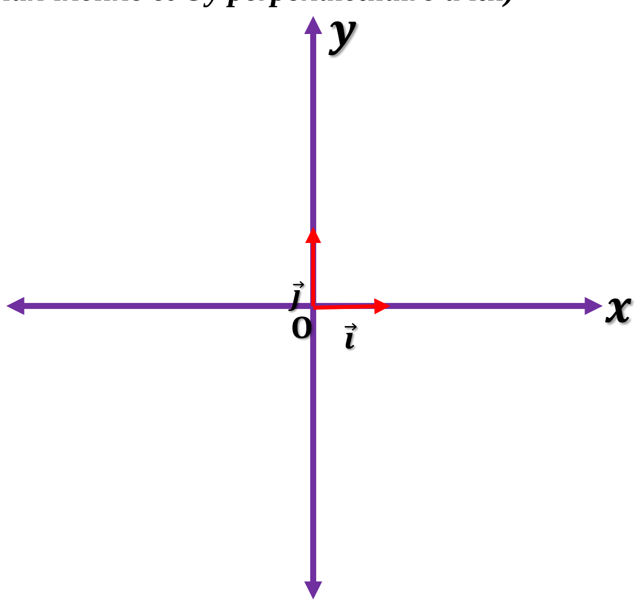
....

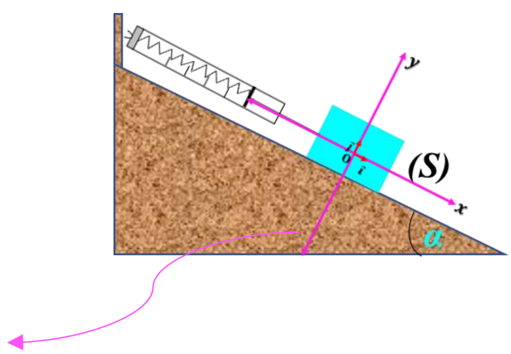
....

....

❷Représenter ces forces sur la figure sans souci d'échelle (chacune avec une couleur différente)

❸Représenter sans souci d'échelle les forces sur le repère orthonormé suivant (l'axe Ox est parallèle au plan incliné et Oy perpendiculaire à lui)





❸ Représenter sur le même repère les composantes de ces forces obtenues par projection

❹ Trouver les expressions de ces composantes

....

....

....

....

....

....

❺ ***Trouver en justifiant votre réponse les expressions de l'intensité f de la force de frottement , l'intensité R_N de la composante normale de la réaction du plan et l' intensité T de la tension de dynamomètre en fonction de des données et Calculer leurs valeurs .***

❻ ***comparer les intensités de la tension de dynamomètre obtenus dans les deux cas (contact sans frottement et avec frottement et expliquer l'écart entre eux***

3 – Généralisation : conditions d'équilibre d'un corps soumis à n forces :

Pour qu'un corps soumis à n forces soit en équilibre ces forces doivent satisfaire 2 conditions :

- ✓ *$1^{ére}$ condition :la somme vectorielle de toutes ces forces doit être nulle :* $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{0}$
- ✓ *$2^{éme}$ condition: à voir dans le chapitre suivant*

Exercice 1 Boule de fer en équilibre

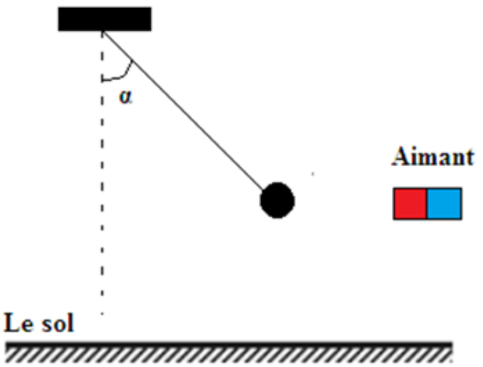
Une boule de fer de masse m = 400g est attaché d'un fil incliné d'un angle α = 45° par rapport à la verticale. La boule soumise à l'action d'un aimant comme indique la figure ci-dessous

❶ *Faire l'inventaire des forces appliquées à la boule, et les représenter qualitativement sur la figure*

❷ *Enoncer les conditions d'équilibre d'un solide soumis à trois forces non parallèles*

❸ *Calculer le poids P de la boule. On prend g = 10N/kg*

❹ *Sachant que la boule se trouve en équilibre Déterminer en utilisant la méthode géométrique et la méthode analytique, l'intensité T de la tension du fil et celle de la force appliquée par l'aimant F*

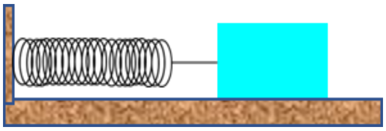


Exercice 2 Solide à masse inconnue

On considère un solide (S) homogène de masse m posé sur un plan horizontal ,on relié au centre de sa facette gauche un ressort de spires non jointives de masse négligeable de raideur K=30N/m fixé à un support et est allongé avec 5cm pour assurer l'équilibre de (S) (figure ci-dessous)

❶ *Faire l'inventaire des forces appliquées à la boule, et les représenter qualitativement sur la figure*

❷ *Quelle est le nature de contact (sans ou avec frottement) entre (S) et le plan ?justifier votre par le polygone des forces*



❸ *Calculer l'intensité T de la tension du ressort*

❹ *En utilisant la méthode analytique (projection juste sur Ox) déterminer l'intensité de la force de frottement et déduire l'intensité Rn de la composante normale da la réaction du plan (on donne L'angle de frottement statique $\varphi = 25°$)*

❺ *En utilisant la méthode analytique (projection sur Oy) déterminer l'intensité du poids de (S) et déduire sa masse m (on donne : l'intensité de pesanteur g=10N/Kg)*

Exercice 3 Cabine de téléphérique en équilibre

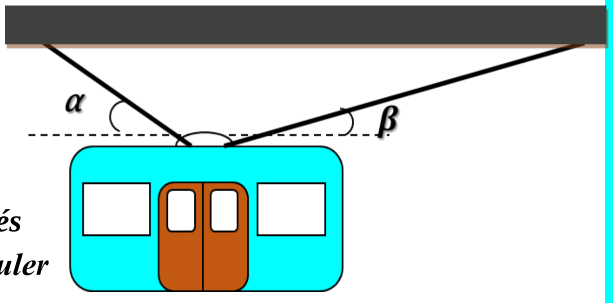
Une cabine de téléphérique (C) pèse m=500Kg en équilibre par l'intermédiaire de deux câbles d'acier formant successivement les anges $\alpha = 60°$ Et $\beta = 30°$ avec l'horizontale (figure suivant) on donne : g=10N/Kg

❶ *Etablir le bilan des forces exercées sur (C) et les représenter sans souci d'échelle sur la figure*

❷ *Construire le polygone de ces forces*

❸ *En déduire graphiquement les intensités T_α Et T_β des tensions des deux câbles (via l'échelle)*

❹ *Trouver géométriquement les expressions des intensités T_α et T_β en fonction des données de l'exercice et Calculer leurs valeurs*



❺ *Retrouver analytiquement les expressions des intensités T_α Et T_β en fonction des données de l'exercice .*