Dipôle RC

Rappel : dipôle électrique

- Le dipôle électrique est un composant électrique possédant deux bornes.

Exemple : Le conducteur ohmique.

Le conducteur ohmique est un dipôle caractérisé par une grandeur physique nommée la résistance R (exprimée en Ohm (Ω)).

Remarque : La loi d'Ohm.

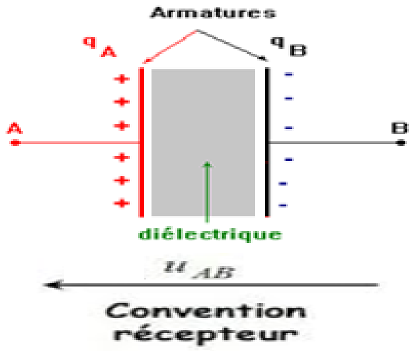
Le conducteur ohmique est un dipôle qui soumis à la loi d'Ohm :

$$\boxed{u_{AB} = R.i} \quad (V)$$

I- Le condensateur.

1) Définition :

Un condensateur est un dipôle constitué de deux surfaces conductrices, appelées armatures, séparées par un isolant appelé diélectrique.



2) Charge d'un condensateur.

On appelle, charge du condensateur, la quantité d'électricité q que possède l'armature positive A :

$$\boxed{q = q_A = -q_B} \quad (C)$$

avec : $q_A + q_B = 0C$ $\quad$ (C) : Coulomb

3) Relation entre la charge q et l'intensité du courant i .

$$\boxed{i(t) = \frac{dq}{dt}} \quad (A)$$

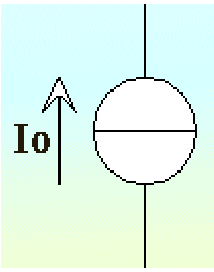
Remarque:

Si la charge de condensateur se fait par un générateur idéal de courant $(I = cte)$, *la relation précédente devient :* $\boxed{I = \frac{q}{t}}$

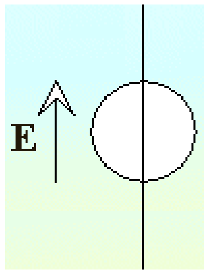
4) Relation entre la charge q et la tension u_{AB} :

- *On distingue deux types de générateurs :*

**) Générateur idéal de courant :*

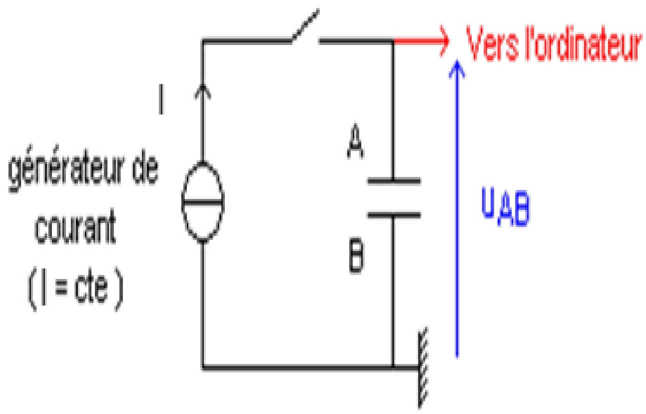


**) Générateur idéal de tension :*



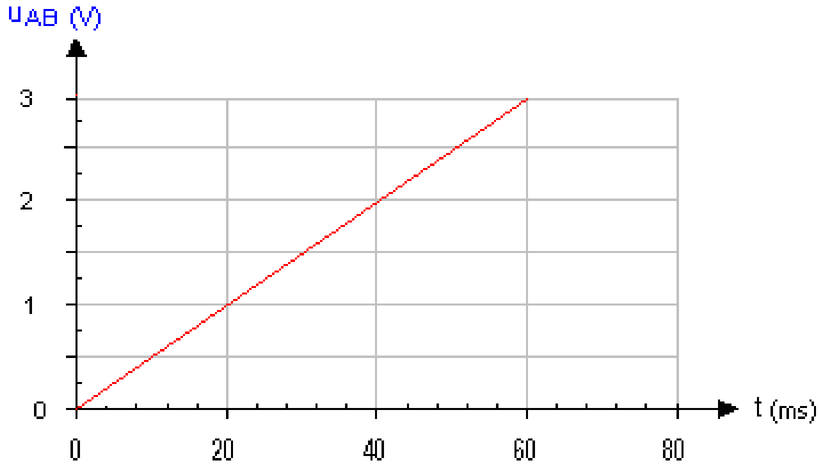
a) Expérience :

Considérons le montage ci-dessous:



b) Observations:

- La tension aux bornes du condensateur augmente régulièrement au cours du temps, le graphique représentant $u_{AB} = f(t)$ *est une droite passant par l'origine :*



c) Exploitation:

1- Trouver l'expression de la charge q du condensateur en fonction de l'intensité de courant I et de temps t.(relation (1))

2- Donner la relation entre la tension U_{AB} et le temps t et le coefficient directeur k de la fonction $u_{AB} = f(t)$.(relation (2))

3- On appelle capacité C d'un condensateur le rapport $\frac{I}{k}$, déduire de se qui précède, l'expression de la charge q en fonction de la tension u_{AB} et de la capacité C du condensateur.

Réponse :

1- Comme l'intensité de courant circulant dans le circuit est constante $I = cte$; alors : $I = \frac{q}{t}$

D'où : $q = I.t$ (1)

2- Comme la fonction $u_{AB} = f(t)$ est une fonction linéaire de coefficient directeur k, alors :

$u_{AB} = k.t$ (2)

3- On a d'après les relations (1) et (2) :

$$\frac{(1)}{(2)} \Longrightarrow \quad \frac{q}{u_{AB}} = \frac{I.t}{k.t} = \frac{I}{k} = C$$

D'où :

$$\boxed{q = C.u_{AB}}$$

Remarque :

- *L'unité de la capacité C d'un condensateur, dans le système international des unités, est le Farad (F).*
- *Le Farad est une unité très grande, c'est pourquoi on utilise ses sous –multiples :* (mF; μF; nF; pF).
- *La capacité C d'un condensateur est une grandeur positive ; elle caractérise le condensateur et ne dépend ni de la tension appliquée à ses bornes, ni de la durée de sa charge.*

Conclusion:

- *Pour le conducteur ohmique* : $u_R = R.i$
- *Pour le condensateur* : $i(t) = \frac{dq}{dt}$ *et* $q = C.u_C$;

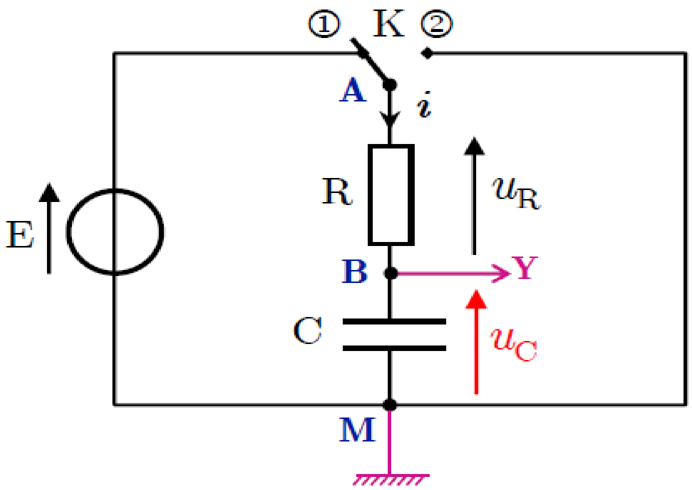
I- Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension :

Le dipôle RC *est l'association en série d'un condensateur de capacité C et d'un conducteur ohmique de résistance* R.

1) Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension montant ; (charge de condensateur):

a- L'échelon montant de tension :

- *Réalisons le circuit représenté sur le schéma suivant :*

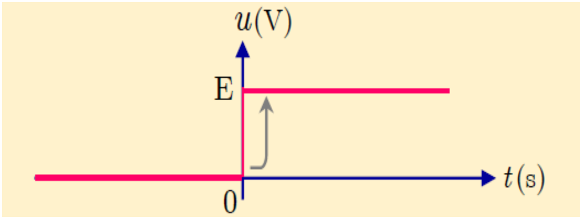


- *Avant la fermeture de l'interrupteur* K, *la tension u aux bornes de* RC *est nulle* ($u = 0$).

- *Lorsqu'on ferme l'interrupteur* K (*position*(1)), *à l'instant* $t = 0$, *la tension* u *aux bornes de* RC *passe brutalement de* 0 *à* E.

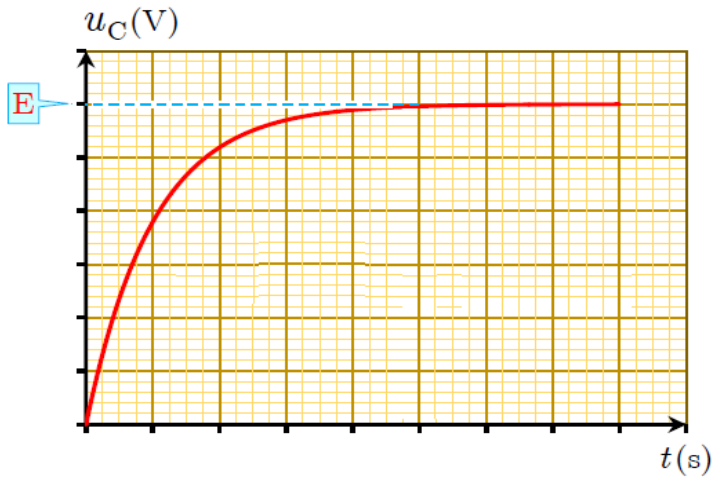
$\Longrightarrow$ *Un échelon de tension montant est un signal électrique de la forme :*

- $u(t) = 0 \quad pour\ t < 0$
- $u(t) = E \quad pour\ t \geq 0$



➢ *Observation :*

Lorsqu'on place l'interrupteur K *en position* (1) *, on obtient le graphe ci-dessous, représentant l'évolution de la tension* u_c *aux bornes du condensateur en fonction de temps :*



a) Equation différentielle du circuit :(en fonction de la tension u_C*)*

On a d'après la loi d'additivité des tensions :

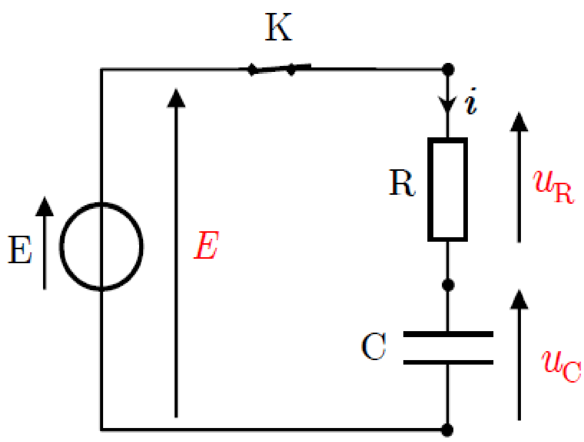
$$u_R + u_c = E \quad : (1)$$

Et on a d'après la loi d'Ohm :

$$u_R = R.i$$

Et on sait que :

$$\begin{cases} i = \dfrac{dq}{dt} \\ et \\ q = C.u_c \end{cases} \Longrightarrow \quad i = C.\frac{du_c}{dt}$$



Donc :

$$u_R = RC.\frac{du_c}{dt}$$

Puis on remplace dans l'équation (1) *:*

$$\boxed{RC.\frac{du_c}{dt} + u_c = E}$$

L'équation différentielle du circuit

Qui peut s'écrire aussi sous la forme :

$$\boxed{\tau.\frac{du_c}{dt} + u_c = E}$$

Avec : $\tau = RC$

Remarque : L'équation différentielle du circuit en fonction de la charge q :

On peut établir aussi une équation différentielle du circuit RC en fonction de la charge q ; en effet :

On a d'après la loi d'additivité des tensions :

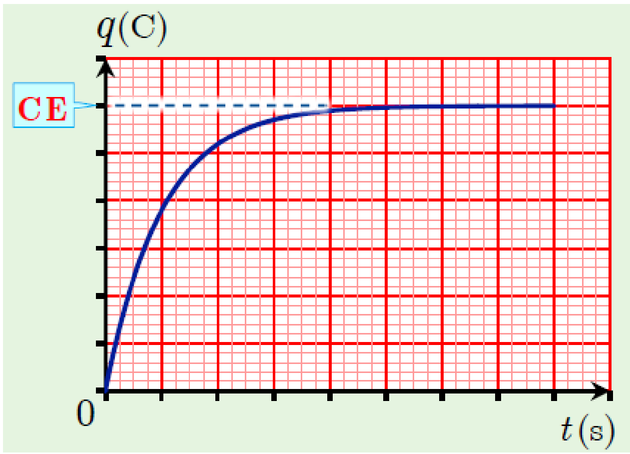
$$u_R + u_c = E \quad : \quad (1)$$

Et on a d'après la loi d'Ohm :

$$u_R = R.i$$

Et on sait que :

$$\begin{cases} i = \dfrac{dq}{dt} \\ \quad et \\ q = C.u_c \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} u_R = R.\dfrac{dq}{dt} \\ \quad et \\ u_c = \dfrac{q}{C} \end{cases}$$



Puis on remplace dans l'équation (1) *:*

$$R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E$$

D'où :

$$\boxed{RC.\frac{dq}{dt} + q = CE}$$

L'équation différentielle du circuit en fct de q

b) Résolution de l'équation différentielle :

La solution de l'équation différentielle précédente s'écrit sous la forme :

$u_c(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$

Avec A et α deux constante à déterminer ;

On a : $u_c(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$

$\Longrightarrow\ u_c(t) = A - A.e^{-\alpha t}$

Donc : $\frac{du_c}{dt} = 0 - (-\alpha.A.e^{-\alpha t}) = \alpha.A.e^{-\alpha t}$

Puis on remplace dans l'équation différentielle précédente ; on obtient :

$\tau\alpha.A.e^{-\alpha t} + A - A.e^{-\alpha t} = E$

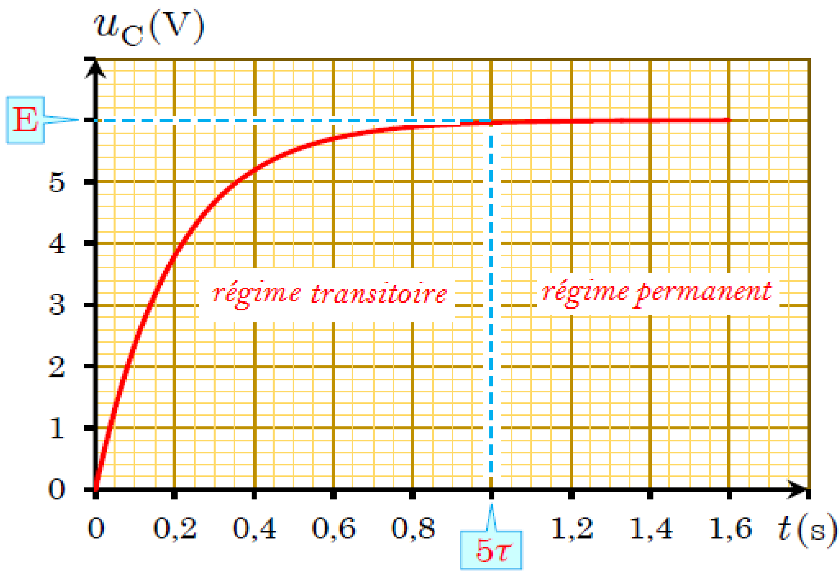
$\Longrightarrow A.e^{-\alpha t}(\tau\alpha - 1) = E - A$

c.à.d. que :

$$\begin{cases} \tau\alpha - 1 = 0 \\ \text{et} \\ E - A = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{\tau} \\ \\ A = E \end{cases}$$

D'où : $$\boxed{\boldsymbol{u_c(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}}$$

- **Représentation graphique de $u_c(t)$:**



La courbe de variations de u_c comprend deux parties :

- Une première partie où u_c varie en fonction du temps ; c'est le régime transitoire ou temporaire.
- Une deuxième partie où u_c atteint une valeur constante égale à E ; c'est le régime permanent ou stationnaire ou asymptotique.

c) Constante du temps $\tau = RC$.

- *Montrons que τ est homogène à un temps :*

- Analyse dimensionnelle :

On a $\tau = RC$; donc :$[\tau] = [R].[C]$

Et on a d'après la loi d'Ohm : $u_R = R.i$

$\Longrightarrow \quad [U] = [R].[I]$ c.à.d. que : $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

Et on sait que : $\quad i = C.\frac{du_c}{dt}$

$\Longrightarrow \quad [I] = [C].\frac{[U]}{[t]}$ c.à.d. que : $[C] = \frac{[I]}{[U]}.[t]$

Donc : $[\tau] = \frac{\cancel{[U]}}{\cancel{[I]}}.\frac{\cancel{[I]}}{\cancel{[U]}}.[t] = [t]$

D'où : τ est homogène à un temps et s'exprime en seconde (s) .

- *Détermination graphique de τ.*

Pratiquement, on utilise deux méthodes :

- 1ère méthode :

On a : $u_c(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$

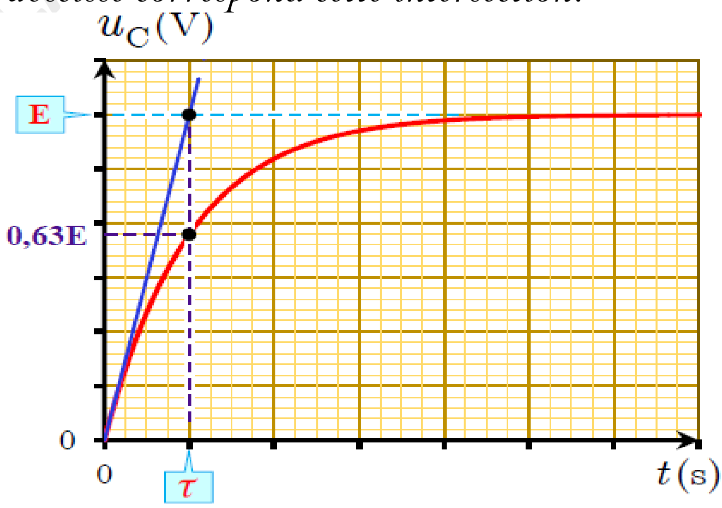
À $t = \tau$; on a: $u_c(t = \tau) = E(1 - e^{-1}) = 0{,}63E$

$\Longrightarrow$ On calcule $u_C(\tau) = 0{,}63E$ et on regarde à quelle abscisse correspond cette ordonnée.

- 2ème méthode :

La tangente de la courbe $u_C(t)$ à l'instant $t = 0$ coupe l'asymptote $u_c = E$ au point d'abscisse $t = \tau$.

$\Longrightarrow$ On détermine l'intersection entre cette tangente et l'asymptote $u_C(t) = E$ et on regarde à quelle abscisse correspond cette intersection.



d) Expression de l'intensité du courant $i(t)$:

➢ 1ère Méthode :

On sait que : $i(t) = C.\frac{du_c}{dt}$

Avec :

$$u_c(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = E - E.e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow \frac{du_c}{dt} = 0 + \frac{E}{\tau}.e^{-t/\tau} = \frac{E}{RC}.e^{-t/\tau}$$

donc: $i(t) = \cancel{C}.\frac{E}{R\cancel{C}}.e^{-t/\tau}$

D'où : $i(t) = \frac{E}{R}.e^{-t/\tau}$

➢ $2^{ème}$ Méthode :

On a d'après la loi d'additivité des tensions :

$$u_R + u_C = E \Rightarrow u_R = E - u_C$$

Avec :

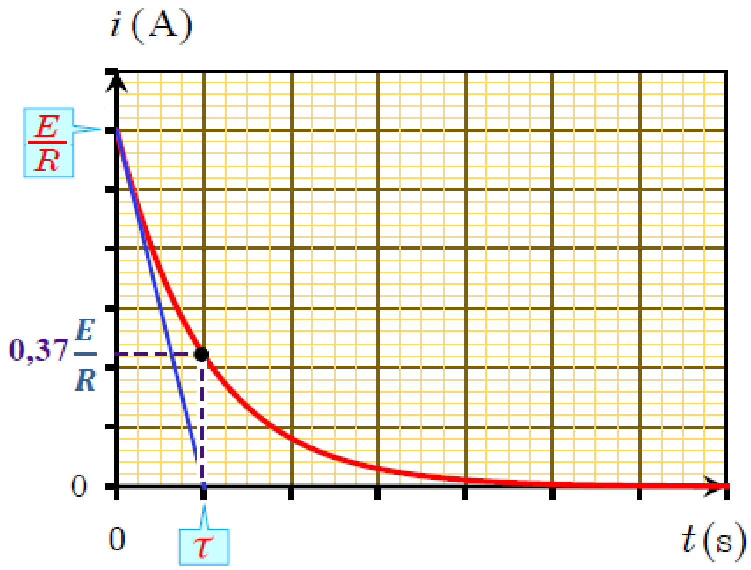
$$u_c = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = E - E.e^{-t/\tau}$$

et $u_R = R.i$

$$\Rightarrow R.i = E - \left(E - E.e^{-t/\tau}\right) = E.e^{-t/\tau}$$

D'où : $i(t) = \frac{E}{R}.e^{-t/\tau}$

➢ Représentation graphique de $i(t)$:

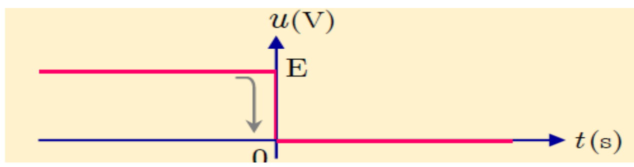


b- Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension descendant (décharge de condensateur):

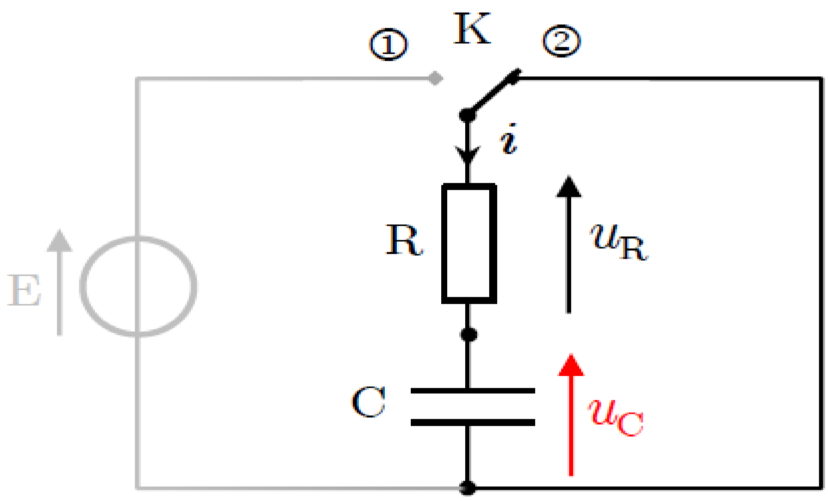
a- L'échelon descendant de tension :

➢ Un échelon descendant de tension est un signal électrique de la forme :

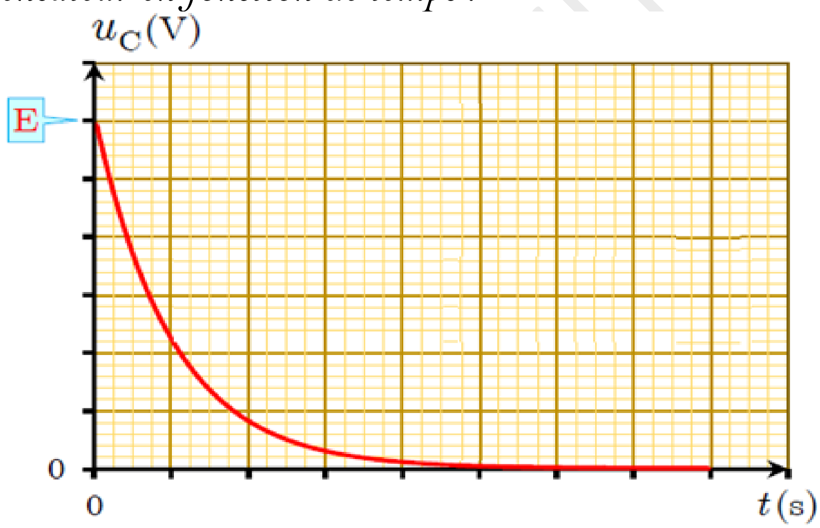
- $u(t) = E \quad pour\ t < 0$
- $u(t) = 0 \quad pour\ t \geq 0$



Cela est réalisé en basculant l'interrupteur K (dans le circuit ci-dessous) de la position 1 (charge de condensateur) à la position 2 (décharge de condensateur) à un instant considéré <u>comme origine de temps $(t = 0)$</u>:



- *On obtient le graphe ci-dessous, représentant l'évolution de la tension u_c aux bornes de condensateur en fonction de temps :*



b- Equation différentielle du circuit :

On a d'après la loi d'additivité des tensions :

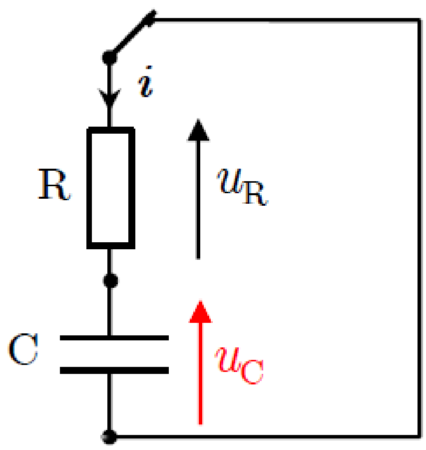
$$u_R + u_c = 0 \quad : \quad (1)$$

Et on a d'après la loi d'Ohm :

$$u_R = R.i$$

Et on sait que :

$$\begin{cases} i = \dfrac{dq}{dt} \\ et \\ q = C.u_c \end{cases} \Longrightarrow \quad i = C.\frac{du_c}{dt}$$



Donc :

$$u_R = RC.\frac{du_c}{dt}$$

Puis on remplace dans l'équation (1) *:*

$$\boxed{RC.\frac{du_c}{dt} + u_c = 0}$$

L'équation différentielle du circuit

Qui peut s'écrire aussi sous la forme :

$$\boxed{\tau.\frac{du_c}{dt} + u_c = 0}$$

Avec : $\tau = RC$

Remarque : *L'équation différentielle du circuit en fonction de la charge q :*

On peut établir aussi une équation différentielle du circuit RC en fonction de la charge q ; en effet :

On a d'après la loi d'additivité des tensions :

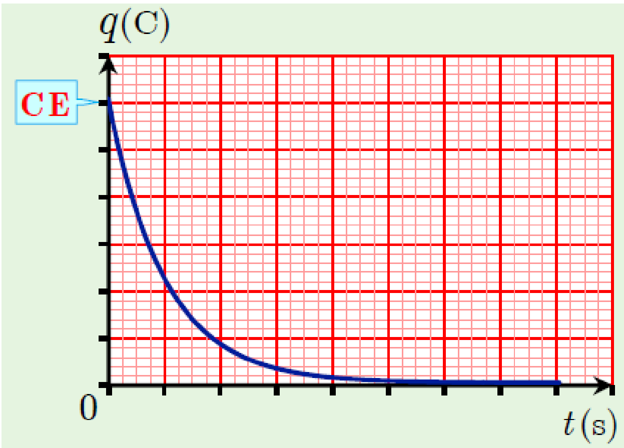
$$u_R + u_c = 0 \quad : \quad (1)$$

Et on a d'après la loi d'Ohm :

$$u_R = R.i$$

Et on sait que :

$$\begin{cases} i = \dfrac{dq}{dt} \\ \quad et \\ q = C.u_c \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} u_R = R.\dfrac{dq}{dt} \\ \quad et \\ u_c = \dfrac{q}{C} \end{cases}$$



Puis on remplace dans l'équation (1) *:*

$$R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

D'où :

$$\boxed{RC.\frac{dq}{dt} + q = 0}$$

L'équation différentielle du circuit en fct de q

c- Résolution de l'équation différentielle :

La solution de l'équation différentielle précédente s'écrit sous la forme :

$$u_c(t) = A.e^{-\alpha t}$$

Avec A et α deux constante à déterminer ;

On a : $u_c(t) = A.e^{-\alpha t}$

Donc : $\frac{du_c}{dt} = -\alpha.A.e^{-\alpha t}$

Puis on remplace dans l'équation différentielle précédente ; on obtient :

$$-\tau\alpha.A.e^{-\alpha t} + A.e^{-\alpha t} = 0$$

$$\Longrightarrow A.e^{-\alpha t}(1-\tau\alpha) = 0$$

c.à.d. que :

$$1-\tau\alpha = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad \alpha = \frac{1}{\tau}$$

Pour déterminer A on utilise les conditions initiales $(t=0)$;

→ A $t = 0$; le condensateur étant chargé, et on a : $u_c(t=0) = E$

D'autre part, la forme de la solution, à $t = 0$ nous donne :

$u_c(t=0) = A.e^0 = A$

Donc : $A = E$

D'où :

$$\boxed{u_c(t) = E.e^{-t/\tau}}$$

d) Détermination graphique de τ.

Pratiquement, on utilise deux méthodes :

- 1ère méthode :

On a : $u_c(t) = E.e^{-t/\tau}$

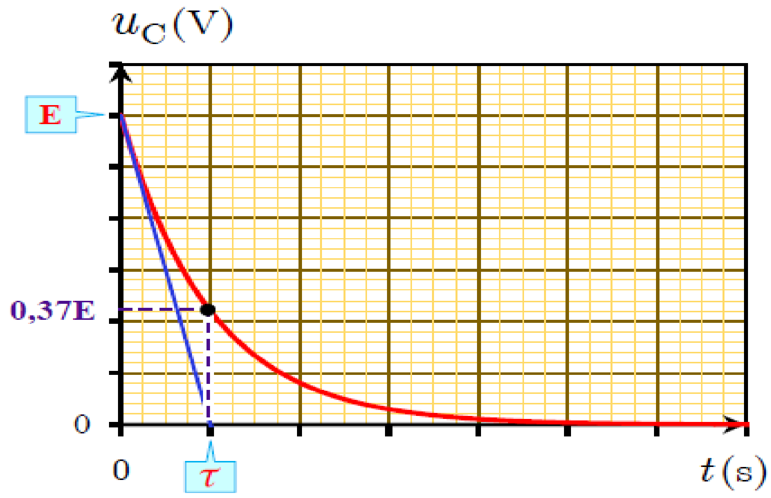
À $t = 0$; on a: $u_c(t=\tau) = E.e^{-1} = 0{,}37E$

$\Longrightarrow$ On calcule $u_C(\tau) = 0{,}37E$ et on regarde à quelle abscisse correspond cette ordonnée.

- 2ème méthode :

La tangente de la courbe $u_C(t)$ à l'instant $t = 0$ coupe l'axe d'abscisse à $t = \tau$.

$\Longrightarrow$ On détermine l'intersection entre cette tangente et l'axe des abscisses (axe de temps) cette intersection donne directement la valeur de τ.



e) Expression de l'intensité du courant $i(t)$:

➢ 1ère Méthode :

On sait que : $i(t) = C.\frac{du_c}{dt}$

Avec :

$u_c(t) = E.e^{-t/\tau}$

$$\Rightarrow \quad \frac{du_c}{dt} = -\frac{E}{\tau}.e^{-t/\tau} = -\frac{E}{RC}.e^{-t/\tau}$$

donc: $i(t) = -\cancel{C}.\frac{E}{R\cancel{C}}.e^{-t/\tau}$

D'où : $i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-t/\tau}$

➢ 2ème Méthode :

On a d'après la loi d'additivité des tensions :

$u_R + u_C = 0 \Rightarrow u_R = -u_C$

Avec :

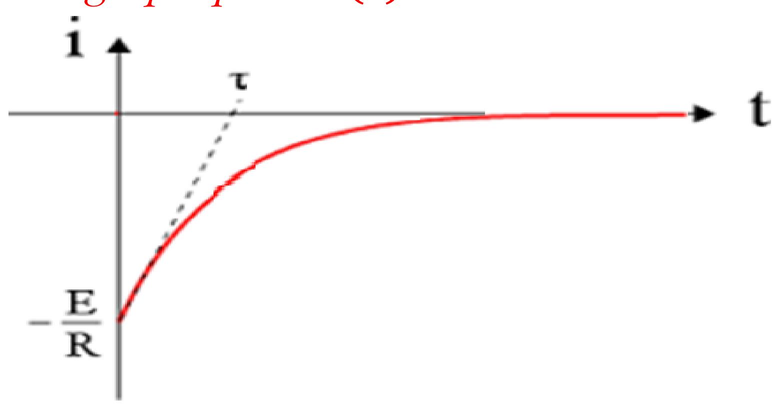
$u_c = E.e^{-t/\tau}$

et $u_R = R.i$

$\Rightarrow R.i = -E.e^{-t/\tau}$

D'où : $i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-t/\tau}$

➢ Représentation graphique de $i(t)$:



Application n°1 : Exercice n° 1 ; Série n°5

الصفحة	NS31	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا -الدورة العادية 2013 –الموضوع- مادة: الفيزياء والكيمياء- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)
8 \ 5		

EXERCICE 2 (5 points) : De l'énergie solaire à l'énergie électrique

On peut transformer l'énergie solaire en 'énergie électrique et la stocker dans des batteries d'accumulateurs ou dans des condensateurs et l'utiliser au besoin.

L'objectif de cet exercice est l'étude de la charge d'un condensateur au moyen d'un panneau solaire, puis au moyen d'un échelon de tension ascendant.

Pour comparer l'évolution de la tension aux bornes du condensateur au cours de sa charge à l'aide d'un panneau solaire et à l'aide d'un échelon de tension ascendant , Ahmed et Myriam ont réalisé les deux expériences suivantes :

1. Charge d'un condensateur au moyen d'un panneau solaire

Le panneau solaire se comporte, lorsqu'il est exposé au soleil, comme un générateur donnant un courant d'intensité constante $i = I_0$ tant que la tension entre ses bornes est inferieure à une tension maximale $u_{max} = 2,25\,V$.

Myriam a réalisé le montage représenté dans la figure 1, comportant un panneau solaire et un condensateur de capacité $C = 0,10F$ et un conducteur ohmique de résistance $R = 10\Omega$ et un interrupteur K.

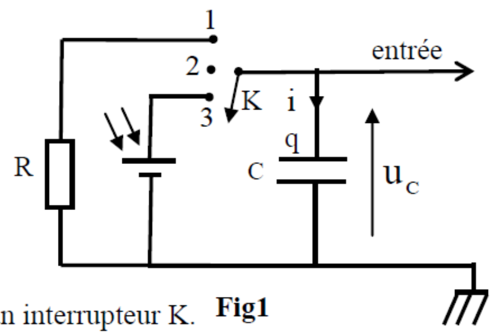
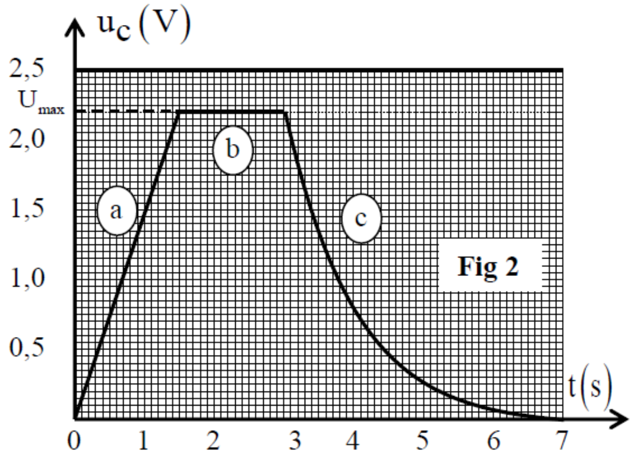


Fig1

A l'aide d'un dispositif d'acquisition, Myriam a visualisé la tension u_C aux bornes du condensateur en basculant l'interrupteur trois fois successives ; Elle obtient le graphe représentée dans la figure 2 qui comprend trois parties (a),(b) et (c) selon la position de l'interrupteur .



1 | **1.1-** Associer chacune des parties du graphe à la position correspondant de L'interrupteur K. Déduire, en exploitant le graphe, la valeur de l'intensité I_0 au cours de la charge.

0,5 | **1.2-** Trouver l'expression de l'équation différentielle vérifiée par la charge q du condensateur:

a- au cours de la charge **;**

c- au cours de la decharge .

0,5 | **1.3-** L'expression de la tension u_c au cours de la décharge s'exprime par la fonction

$u_c = U_{max}.e^{-(\frac{t-3}{\tau})}$ avec τ la constante du temps du circuit utilisé.

En déduire l'expression de l'intensité $i(t)$ et dessiner, sans échelle, l'allure de la courbe représentant $i(t)$ en respectant les conventions et l'origine du temps (figures 1 et 2)

2.Charge d'un condensateur au moyen d'un échelon de tension ascendant

Ahmed a réalisé le montage représenté dans la figure 3. Pour charger le condensateur précédent de capacité C il a utilisé un générateur donnant une tension constante $U_0 = 2,25V$.

A l'instant $t = 0$, il ferme le circuit ; alors le condensateur se charge à travers la résistance $R_0 = 50\Omega$.

A l'aide d'un dispositif d'acquisition, il visualise l'évolution de la tension u_c aux bornes du condensateur. Il obtient la courbe représentée dans la figure 4.

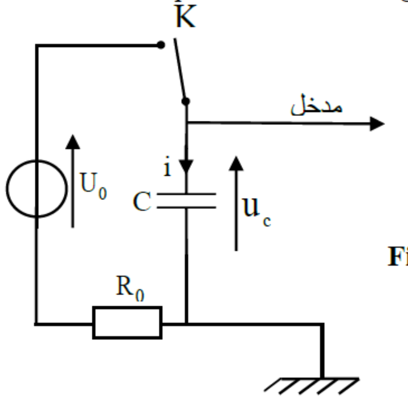


Fig 3

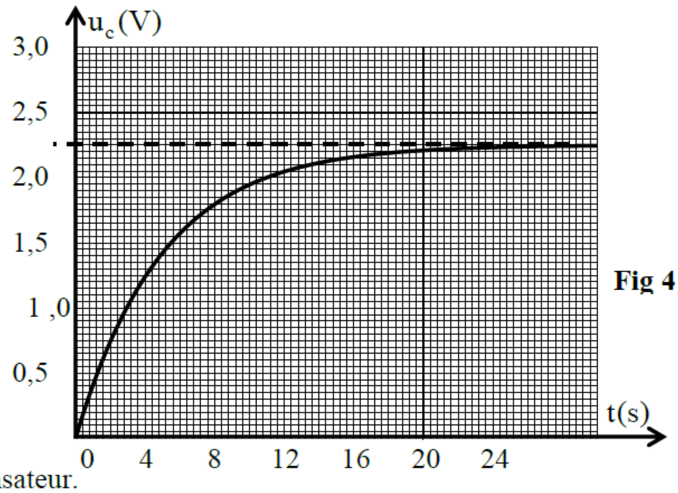


Fig 4

0, 25 | **2.1**- Établir l'équation différentielle que vérifie la tension u_c au cours de la charge du condensateur.

0,5 | **2.2**- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme $u_c = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$ avec τ la constante de temps du circuit utilisé.
A l'aide de la courbe (fig4), calculer la valeur des deux constantes A et B .

0,5 | **2.3** – Trouver l'expression de l'intensité du courant $i(t)$ en fonction du temps au cours de la charge ;
Et dessiner, sans échelle, l'allure de la courbe représentant $i(t)$ en respectant les conventions et l'origine du temps t.

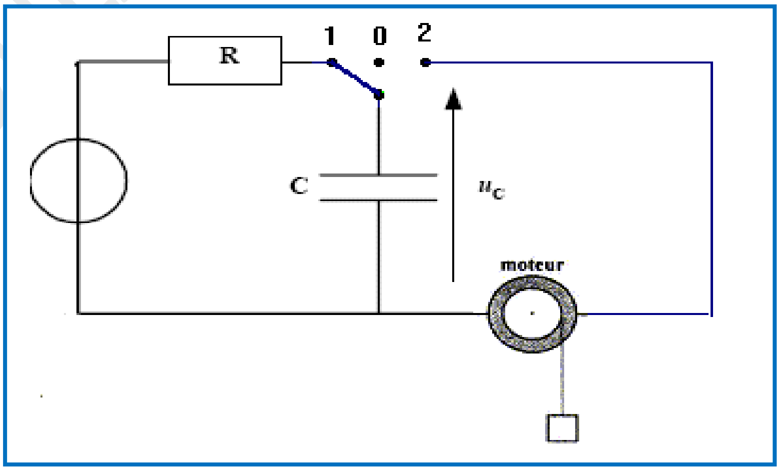
0,25 | **2.4**- Calculer la valeur de la résistance R_0 que doit utiliser Ahmed pour que son condensateur se charge totalement pendant la même durée de la charge totale du condensateur de Myriam, sachant que la durée de la charge totale est de l'ordre de 5τ .

III) Energie emmagasinée par un condensateur.

1) Mise en évidence expérimentale :

a) Expérience :

On considère le montage expérimental représenté ci-dessous ;



On charge le condensateur par un générateur de tension continue (K en position 1) et on bascule l'interrupteur K en position 2 ;

b) Observation :

On observe que le moteur électrique tourne et l'objet de masse m s'élève.

c) Conclusion :

Le condensateur permet de stocker de l'énergie électrique qui pourra être restituée ultérieurement.

2) Expression de l'énergie emmagasinée par le condensateur :

L'énergie électrique $E_e(t)$ emmagasinée à l'instant t par un condensateur de capacité C, quand la tension entre ses bornes est $u_c(t)$ est donnée par la relation :

$$\boxed{E_e(t) = \frac{1}{2}C.u_C{}^2(t)}$$

Avec :

$E_e(t)$ en Joule (J)

C en Farad (F)

$u_C(t)$ en Volt (V)

*) Démonstration :

La puissance P électrique reçue par le condensateur est :

$P_e = u_c.i \quad$ avec $i = C.\frac{du_c}{dt}$

$\Longrightarrow P_e = Cu_c.\frac{du_c}{dt} = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}C.u_c{}^2)\ (1)$

D'autre part la puissance P électrique reçue par le condensateur est la dérivée par rapport au temps de l'énergie emmagasinée E_e.

$P = \frac{dE_e}{dt} \quad (2)$

De (1) et (2) on déduit que : $E_e = \frac{1}{2}C.u_c{}^2 + k$

Pour déterminer k on utilise les conditions initiales $(t = 0)$;

→ A $t = 0$; le condensateur était déchargé, et on a : $u_c(t = 0) = 0$

Donc $k = 0$.

D'où :

$$E_e(t) = \frac{1}{2}C.u_C{}^2(t)$$

Remarque :

- ✓ *En régime permanent* $(t \to \infty)$; $u_c = E$, *donc :* $E_e = \frac{1}{2} C.E^2$
- ✓ *Un condensateur est donc un dipôle électrique qui est capable de stocker de l'énergie et de la restituer ultérieurement en cas de besoin.*

Application n°2 : Exercice n° 2 ; Série n°5

الصفحة 5 / 8	NS 31	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا – الدورة العادية – 2014 – الموضوع – مادة : الفيزياء والكيمياء – شعبة العلوم الرياضية (أ) و(ب) (الترجمة الفرنسية)

Exercice 2(5,25points)

L'objectif de cet exercice est de suivre l'évolution de l'intensité du courant électrique au cours de la charge d'un condensateur et au cours de sa décharge à travers une bobine. Pour l'étude de la charge et la décharge d'un condensateur de capacité C, on réalise le montage représenté dans la figure 1 .

1 - Etude de la charge du condensateur

Initialement le condensateur est non chargé.
A un instant considéré comme origine du temps t=0, on bascule l'interrupteur K à la position 1, le condensateur se charge alors à travers un conducteur ohmique de résistance R=100Ω à l'aide d'un générateur électrique parfait de force électromotrice E = 6V .

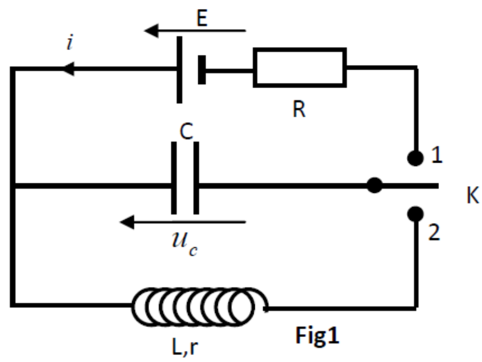


Fig1

0,5 **1.1-** Etablir l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant i en respectant l'orientation indiquée dans la figure 1.

0,5 **1.2-** La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme suivante : $i = A\,e^{-\frac{t}{\tau}}$.
Trouver l' expression de A et celle de τ en fonction des paramètres du circuit.

0,25 **1.3-** En déduire l'expression de la tension u_c en fonction du temps t.

0,5 **1.4-** Un système informatique permet de tracer la courbe qui représente les variations $\frac{i}{I_0}$ en fonction du temps t ,(fig 2) .
I_0 est l'intensité du courant à l'instant t = 0.

Déterminer la constante de temps τ et en déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

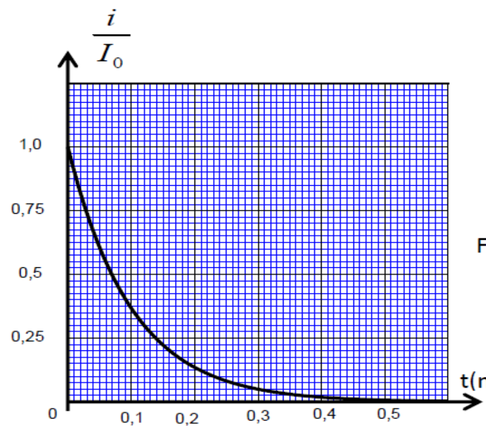


Fig 2

0,5 **1.5-** Soient E_e l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur lorsqu'il est complètement chargé et $E_e(\tau)$ l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur à l'instant $t = \tau$.

Montrer que le rapport $\frac{E_e(\tau)}{E_e}$ s'écrit sous la forme : $\frac{E_e(\tau)}{E_e} = \left(\frac{e-1}{e}\right)^2$;Calculer sa valeur ,

(**e** est la base du logarithme népérien) .

Application n°3 : Exercice n° 3 ; Série n°5

الصفحة 5 / 8	NS30 F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا – الدورة العادية 2017 – الموضوع – مادة: الفيزياء والكيمياء – شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) – خيار فرنسية

L'électricité :(5 points)

Le condensateur, le conducteur ohmique et la bobine sont utilisés dans les circuits de divers montages électriques tels les circuits intégrés, les amplificateurs, les appareils d'émission et de réception...
Cet exercice vise l'étude de:
-la charge d'un condensateur et sa décharge dans un conducteur ohmique puis dans une bobine.
-la réception d'une onde électromagnétique.
On prendra : $\pi=\sqrt{10}$.

1-Charge d'un condensateur et sa décharge dans un conducteur ohmique :

On réalise le montage représenté sur le schéma de la figure 1.
Ce montage comprend:

-un générateur idéal de courant ;
-un conducteur ohmique de résistance R ;
-un condensateur de capacité C, initialement non chargé ;
-un microampèremètre ;
-un interrupteur K.

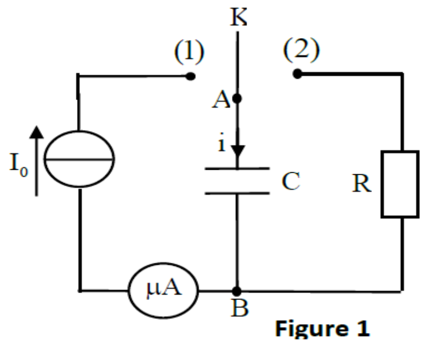


Figure 1

On place l'interrupteur K en position (1) à un instant de date $t=0$. Le microampèremètre indique $I_0=0,1\,\mu A$. Un système de saisie informatique convenable permet d'obtenir la courbe représentant les variations de la charge q du condensateur en fonction de la tension u_{AB} entre ses bornes(figure 2).

0,25 **1-1-**Montrer que la capacité C du condensateur est $C=20\,nF$.

0,5 **1-2-**Déterminer la durée nécessaire pour que la tension aux bornes du condensateur prenne la valeur $u_{AB}=6\,V$.

1-3-Lorsque la tension aux bornes du condensateur prend la valeur $u_{AB}=U_0$, on place l'interrupteur K en position (2) à un instant choisi comme une nouvelle origine des dates $(t=0)$ .La courbe de la figure 3 représente les variations de $\ln(u_{AB})$ en fonction du temps (u_{AB} est exprimée en V).

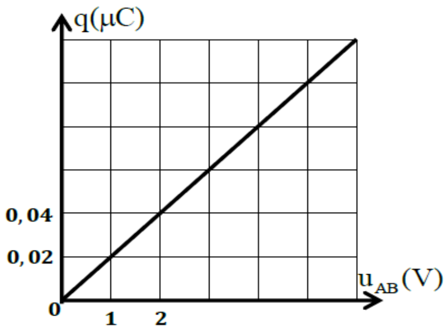


Figure 2

$\ln(u_{AB})$ en fonction du temps (u_{AB} est exprimée en V).

0,25 **1-3-1-** Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_{AB}(t)$.

1 **1-3-2-** Sachant que la solution de l'équation différentielle est de la forme : $u_{AB}(t)=U_0e^{-\alpha t}$ où α est une constante positive. Trouver la valeur de U_0 et celle de R .

0,5 **1-3-3-** Déterminer la date t_1 où l'énergie emmagasinée par le condensateur est égale à 37% de sa valeur à $t=0$.

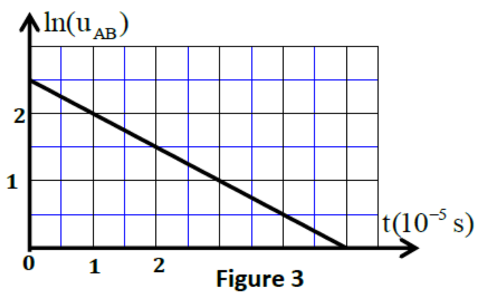
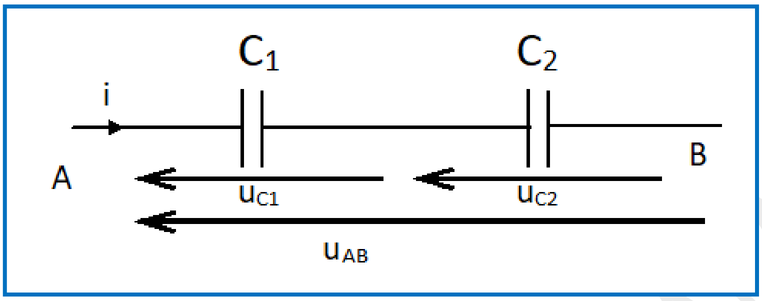


Figure 3

IV) Association des condensateurs :

1) Association en série :

On monte en série deux condensateurs de capacités respectives C_1 et C_2, un courant de même intensité les traverse ;



les charges électriques portées par les deux condensateurs sont égales :

$q_1 = q_2 = q$

Par application de la loi d'additivité des tension on a :

$$U_{AB} = U_{C_1} + U_{C_2}$$

$avec: U_{C_1} = \frac{q_1}{C_1}$ et : $U_{C_2} = \frac{q_2}{C_2}$ et : $U_{AB} = \frac{q}{C_e}$

$U_{AB} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} = q.\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \frac{q}{C_e}$,

$\Longrightarrow$ Le condensateur équivalent à l'association a une capacité C_e telle que :

$$\boxed{\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

- Le raisonnement se généralise à un nombre n de condensateurs :

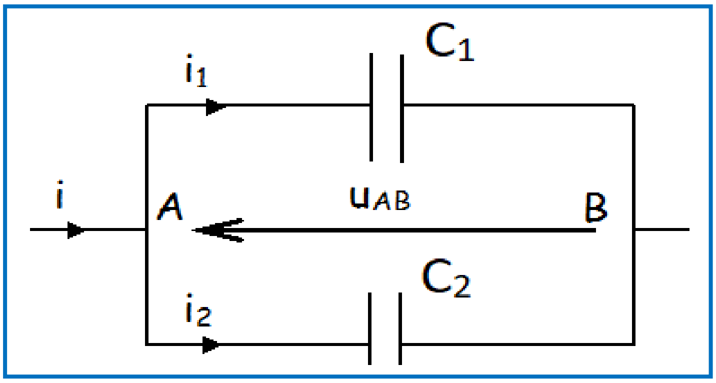
$$\boxed{\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}}$$

Remarque : Intérêt de l'association en série :

Ce mode d'association est utilisé pour diminuer la capacité, tout en appliquant une grande tension qui peut ne pas être supportée par un condensateur seul.

2) Association en parallèle :

On monte en parallèle deux condensateurs de capacités respectives C_1 et C_2, ces deux condensateurs possèdent la même tension U_{AB};



- *le premier condensateur prend la charge q_1 :* $q_1 = C_1 . U_{AB}$;
- *le deuxième condensateur prend la charge q_2 :* $q_2 = C_2 . U_{AB}$

Par application de la loi des nœuds, on a :

$$q = q_1 + q_2$$

$c.\grave{a}.d.$:

$$C_e U_{AB} = C_1 U_{AB} + C_2 U_{AB} = (C_1 + C_2).U_{AB},$$

$\Longrightarrow$ *Le condensateur équivalent à l'association a une capacité C_e telle que :*

$$\boxed{C_e = C_1 + C_2}$$

- *Le raisonnement se généralise à un nombre n de condensateurs :*

$$\boxed{C_e = C_1 + C_2 + \cdots + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i}$$

Remarque : Intérêt de l'association en parallèle :

Ce mode d'association est utilisé pour augmenter la capacité, tout en appliquant une faible tension pour obtenir une grande charge électrique, qui ne peut être portée par un condensateur seul.

Dipôle RC

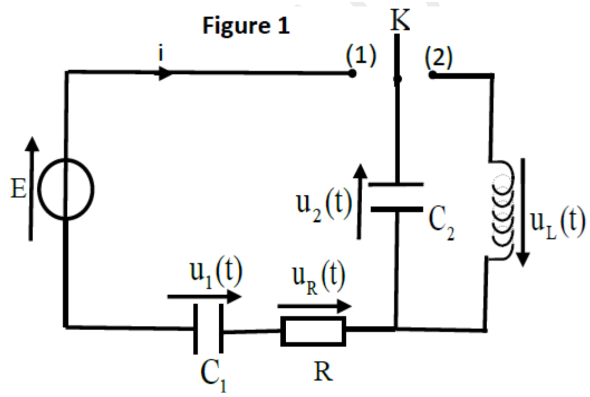
Application n°4 : Exercice n° 4 ; Série n°5

الصفحة 5 / 8	RS31F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2016 - الموضوع - مادة: الفيزياء والكيمياء – مسلك العلوم الرياضية (أ) و (ب) – المسالك الدولية (خيار فرنسية)

Electricité :(5,25 points) **Les parties I et II sont indépendantes**

Partie I :Etude du dipôle RC et du circuit LC

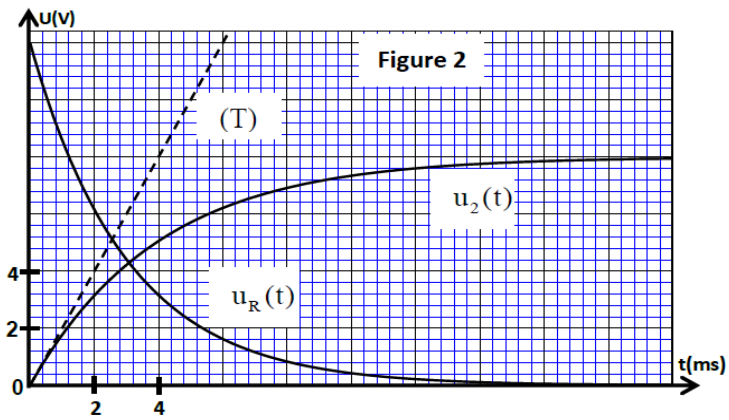
Les circuits RC, RL et RLC sont utilisés dans les montages électroniques des appareils électriques. On se propose, dans cette partie, d'étudier le dipôle RC et le circuit LC.
Le montage électrique schématisé sur la figure 1 comporte :
-un générateur idéal de tension de f.e.m E,
-deux condensateurs de capacité C_1 et $C_2 = 2\ \mu F$,
-un conducteur ohmique de résistance $R = 3k\Omega$,
-une bobine d'inductance L et de résistance négligeable,
-un interrupteur K à double position.



1-Etude du dipôle RC

On place l'interrupteur K dans la position (1) à un instant pris comme origine des dates (t=0).

0,25 **1-1**-Montrer que la capacité C_e du condensateur équivalent aux deux condensateurs associés en série est : $C_e = \frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}$.



0,5 **1-2**-Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_2(t)$ entre les bornes du condensateur de capacité C_2 s'écrit :

$$\frac{du_2(t)}{dt} + \frac{1}{R.C_e}.u_2(t) = \frac{E}{R.C_2}.$$

0,5 **1-3**-La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme : $u_2(t)=A.(1-e^{-\alpha t})$. Déterminer l'expression de A et celle de α en fonction des paramètres du circuit.

1-4-Les courbes de la figure 2, représentent l'évolution des tensions $u_2(t)$ et $u_R(t)$.

La droite (T) représente la tangente à la courbe représentant $u_2(t)$ à l'instant $t = 0$.

1-4-1-Déterminer la valeur de :

0,25 a- E.

0,5 b- $u_2(t)$ et celle de $u_1(t)$ en régime permanent.

0,5 **1-4-2**- Montrer que $C_1 = 4\mu F$.