Exercice 5

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}$

1) Déterminer D_f
2) Vérifier que $\forall x \in D_f \ \ f(x) = \dfrac{1}{1+\sqrt{x+1}}$
3) Montrer que f est décroissante sur D_f
4) Montrer que $\forall x \in D_f \ \ 0 < f(x) \leq 1$
5) Calculer $f(-1)$ est déduire que 1 est une valeur maximale de la fonction f sur D_f

Exercice 6

Soit f et g deux fonctions définies par : $f(x) = \sqrt{x-1}$

Et $g(x) = \dfrac{x}{x+2}$

1) Déterminer $D_{f\circ g}$ et $D_{g\circ f}$
2) Donner l'expression de $(f \circ g)(x)$ pour tout $x \in D_{f\circ g}$

Exercice (2)

On considère les deux fonctions $f \ et \ g$ définies par :

$$f(x) = \frac{2x-1}{x-1} \quad \text{et} \quad g(x) = x^2 - 2x + 3$$

1) quelle est la nature de (C_f) ; (C_g) et leurs éléments caractéristiques (C_f) et (C_g)

2) calculer $f(2)$ et $g(2)$ puis tracer

3) résoudre graphiquement l'inéquation :

$$(x-1)^2 \leq \frac{1}{x-1}$$

4) étudier le sens de variation de $f \circ g$ sur $[1, +\infty[$

Exercice (3)

Soit g la fonction définie par : $g\left(x\right)=\dfrac{2x-1}{x-1}$

1) a) dresser le tableau de variation de f

b) tracer la courbe de g

2) on pose $f\left(x\right)=\dfrac{2\left|x\right|-1}{\left|x\right|-1}$

a) déterminer le domaine de définition de f

b) donner le tableau de variation de f

c) tracer la courbe de la fonction f

d) déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation :

$\left|x\right|\left(m-2\right)=m-1$

m est un paramètre réel

Exercice (4)

On considère les deux fonctions $f \ et \ g$ définies par :

$$f(x) = -\frac{2}{5}\left(x^2 - 4x - 5\right) \quad \text{et} \quad g(x) = \sqrt{x}$$

1) dresser le tableau de variation de $f \ et \ g$

2) quelle est la nature de $\left(C_f\right)$ et $\left(C_g\right)$

3) tracer les courbes $\left(C_f\right)$ et $\left(C_g\right)$

4) résoudre l'équation $f(x) = 0$ puis donner un interprétation géométrique du résultat

5) résoudre graphiquement l'inéquation :

$$-\frac{1}{5}(x-4) \geq -\frac{1}{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Exercice 7

On considère la suite $\left(U_n\right)_n$ définie par :

$U_0 = 2 \;\; et \;\; U_{n+1} = 2U_n - 1$

1) montrer que $\left(\forall n \in \mathbb{N}\right) \;\; U_n > 1$

2) étudier la monotonie de la suite $\left(U_n\right)_n$

3) on pose $X_n = U_n - 1$

a) montrer que $\left(X_n\right)_n$ est une suite géométrique

b) déterminer U_n en fonction de n

c) calculer la somme $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} U_k$

Exercice 8

On considère la suite $(U_n)_n$ définie par :

$$U_0 = -\frac{3}{4} \quad et \quad U_{n+1} = \frac{2U_n - 1}{2U_n + 5}$$

1) a) vérifier que $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} = 1 - \frac{6}{2U_n + 5}$

b) prouver que $(\forall n \in \mathbb{N}) \ -1 < U_n < -\frac{1}{2}$

2) étudier la monotonie de la suite $(U_n)_n$

3) on pose $V_n = \frac{2U_n + 1}{U_n + 1}$

a) montrer que $(V_n)_n$ est une suite géométrique

b) déterminer U_n en fonction de n

4) a) montrer que :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad \left|U_{n+1} + \frac{1}{2}\right| \leq \frac{6}{7}\left|U_n + \frac{1}{2}\right|$$

b) montrer par récurrence que :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad \left|U_n + \frac{1}{2}\right| \leq \frac{1}{4}\left(\frac{6}{7}\right)^n$$

Exercice 4

On considère la suite $(U_n)_n$ définie par :

$$U_0 = -1 \ et \ U_{n+1} = \frac{9}{6 - U_n}$$

1) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n < 3$

2) étudier la monotonie de la suite $(U_n)_n$

3) on pose $V_n = \dfrac{1}{U_n - 3}$

a) montrer que $(V_n)_n$ est une suite arithmétique

b) Déterminer U_n en fonction de n

Exercice 5

Soit $(U_n)_n$ une suite arithmétique telle que :

$$U_3 = 5 \quad et \quad U_{11} = 29$$

1) déterminer la raison r de la suite $(U_n)_n$

2) calculer la somme $S = U_0 + U_1 + ... + U_{11}$

Exercice 6

التمرين الثاني

❶ نعتبر الدالة h للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $h(x) = x + 4 - 2\sqrt{x+2}$

-1 تحقق أن مجموعة تعريف الدالة h هي : $D_h = [-2; +\infty[$

-2 بين أن : $\forall x \in [-2; +\infty[\quad : \quad h(x) \geqslant 1$

-3 حل في المجال $[-2; +\infty[$ المعادلة $h(x) = 1$.

❷ لتكن f و g الدالتين للمتغير الحقيقي x المعرفتين بما يلي : $f(x) = \sqrt{x+2}$ و $g(x) = x^2 - 2x + 2$

-1 أدرس تغيرات الدالة g على كل من المجالين $[1; +\infty[$ و $]-\infty; 1]$.

-2 أ- حدد D_f ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

ب- مثل مبيانيا الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

ج- حدد مبيانيا $f([1; +\infty[)$ و $f([-1; 0])$.

-3 أ- تحقق من أن : $(\forall x \in D_h); h(x) = g \circ f(x)$

ب- باستعمال رتابة كل من الدالتين f و g ، استنتج رتابة الدالة h.