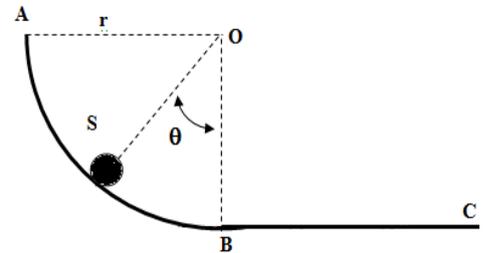


Travail et énergie cinétique

Exercice 1 :

Une gouttière ABC sert de parcours à un mobile supposé ponctuel, de masse $m = 0,1 \text{ kg}$. Le mouvement a lieu dans un plan vertical. On donne $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

1) Sa partie curviligne AB est un arc de cercle parfaitement lisse où les frottements sont négligés. Le mobile est lancé en A avec une vitesse $V_A = 5 \text{ m.s}^{-1}$ verticale dirigée vers le bas et glisse sur la portion curviligne AB.

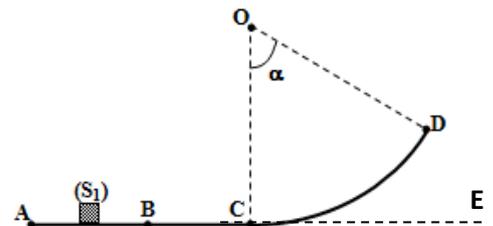


Donnés : $r = OA = OB = 1 \text{ m}$; $BC = L = 1,5 \text{ m}$.

- Faire un bilan des forces s'appliquant sur le mobile au point M.
 - Exprimer pour chacune des forces son travail au point M en fonction de m, g, r et θ .
 - Appliquer le théorème de l'énergie cinétique au point M et établir l'expression littérale de la vitesse V_M du mobile en fonction de V_A, g, r et θ .
 - Calculer numériquement V_B .
- 2) La portion BC rectiligne et horizontale est rugueuse. Les frottements peuvent être assimilés à une force f unique, constante, opposée au mouvement, d'intensité f . Sachant que le mobile arrive en C avec la vitesse $V_C = 5 \text{ m.s}^{-1}$, déterminer littéralement puis numériquement f .

Exercice 2 :

La piste de lancement d'un projectile constitué d'un solide ponctuel (S_1), comprend une partie rectiligne horizontale (ABC) et une portion circulaire (CD) centré en un point O, de rayon $r = 1 \text{ m}$, d'angle au centre $\alpha = 60^\circ$ et telle que OC est perpendiculaire à AC.



Le projectile (S_1) de masse $m_1 = 0,5 \text{ kg}$ est lancé suivant AB

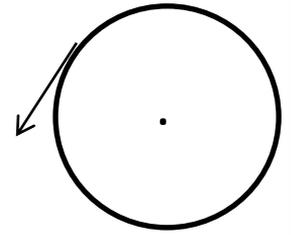
de longueur $AB = 1 \text{ m}$, avec une force horizontale \vec{F} d'intensité 150 N , ne s'exerçant qu'entre A et B. (S_1) part du point A sans vitesse initiale. On prendra $g = 10 \text{ N/kg}$.

- Déterminer la valeur de la vitesse \vec{V}_D du projectile au point D. On néglige les frottements.
- Déterminer l'intensité minimale qu'il faut donner à \vec{F} pour que le projectile atteigne D.
- En réalité la piste ABCD présente une force de frottement \vec{f} d'intensité 1 N .
- Déterminer la valeur de la vitesse \vec{V}_D avec laquelle le projectile quitte la piste en D sachant que $BC = 0,5 \text{ m}$.
- Calculer la valeur de la vitesse du projectile lorsqu'il retombe sur le plan horizontale en E.

Exercice 3 :

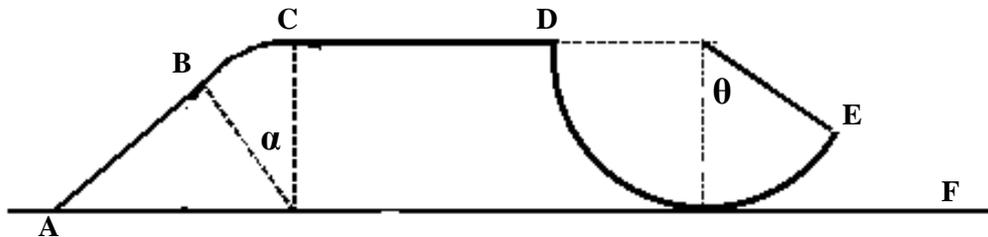
Une machine tournante a une fréquence de rotation égale à **200tr/min**. Son moment d'inertie par rapport à son axe de rotation est égal à **$J_A=50 \text{ kg. m}^2$** . On prendra **$g =10 \text{ N/ kg}$** . Pour l'arrêter on exerce une force tangentielle constante **$f =150 \text{ N}$** .

- 1) Calculer la variation d'énergie cinétique au cours du freinage.
- 2) Calculer le moment de la force de freinage sachant que la machine peut être assimilée à un disque de Diamètre **$d=80 \text{ cm}$** .
- 3) Calculer le nombre de tours effectués par la machine avant l'arrêt.



Exercice 4 :

Un solide ponctuel de masse **$m=0,5\text{Kg}$** monte un parcours ABCDE sans vitesse initiale à partir du point A à l'aide d'une force constante **$F=20\text{N}$** appliquée sur lui durant le trajet AB.



AB : plan incliné d'un angle **$\alpha=30^\circ$** et de longueur **$AB=2\text{m}$** .

BC et DE : arc de cercle de rayon **$r=1,15\text{m}$** .

CD : plan horizontal de longueur **$CD=2\text{m}$** .

Données : **$g=10\text{N/Kg}$** ; **$\theta = 60^\circ$** ;

On néglige tous les frottements sauf sur le portion CD dans lequel le solide est soumis à une force de frottement tangente à la trajectoire et d'intensité f .

- 1) Trouver l'expression de la vitesse du solide au point B .calculer sa valeur .
- 2) Trouver l'expression de la vitesse du solide au point C .calculer sa valeur .
- 3) Le solide arrive en D sans vitesse, calculer l'intensité f de la force de frottement .
- 4) Le solide continue son parcours DE sans vitesse en D et arrive en E avec une vitesse V_E , trouver l'expression de cette vitesse puis calculer sa valeur.
- 5) Le solide retombe sur le plan horizontal en F avec une vitesse V_F , trouver l'expression de cette vitesse puis calculer sa valeur .

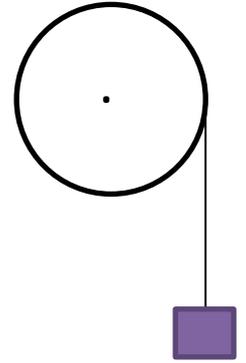
Exercice 5 :

Un disque de masse M et de rayon $r=20\text{cm}$, peut tourner autour d'un axe fixe passant par son centre O . sur ce disque est enroulé un fil inextensible qui porte à son extrémité un corps (s) de masse $m=100\text{g}$. (voir figure)

- On lâche le système à $t_0=0$ sans vitesse initiale .
- On néglige tous les frottements .et on donne $g=10\text{N/Kg}$.

1) A l'instant t_1 le disque a effectué $n=5\text{tours}$ et atteint la vitesse $\omega_1=15\text{rad/s}$

, et le solide parcourt la distance AB et atteint la vitesse V_B .



1-1/ Calculer la distance AB et la vitesse V_B .

1-2/ En appliquant le T.E.C sur le solide, calculer le travail de la force appliquée par le fil sur le solide . qu'il est sa nature ?

1-3/ En appliquant le T.E.C sur le disque ,Calculer le moment d'inertie du disque J_A .

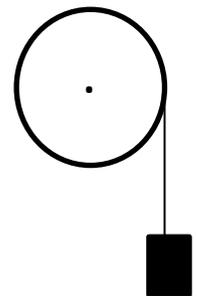
2) A l'instant t_1 le fil se détache du disque qui s'arrête après avoir réalisé 25trs , sous l'action d'un couple de frottement de moment M constant . calculer ce moment M .

Exercice 6 :

On considère un disque de masse $M=2\text{Kg}$ et de rayon $r =0,2\text{m}$ qui peut tourner autour d'un axe fixe (Δ) passant par son centre O avec une vitesse angulaire constante $\omega_0=10\text{rad.s}^{-1}$.

On donne : $g =10\text{N.Kg}^{-1}$ et $J_A = \frac{1}{2} M . r^2$

- 1) Calculer le moment d'inertie du disque ainsi que son énergie cinétique E_{C0} .
- 2) Pour arrêter le disque on lui applique un couple de frottement de moment M_f à $t_0=0\text{s}$ et il s'arrête à t_1 après avoir effectué 40trs . calculer M_f .
- 3) On enroule sur la gorge du disque un fil inextensible et de masse négligeable et qui porte à son extrémité un corps (S) de masse $m=1\text{kg}$, puis on lâche le système sans vitesse initiale .



Dans cette question (3) on néglige les frottements

3-1) Faire l'inventaire des forces appliquées sur le système (**disque + corps (S)**) .

3-2) Sachant que le corps (S) à parcouru une hauteur $h=4.r$, Montrer que sa vitesse est de la forme : $V=2.\sqrt{r}$. calculer sa valeur

3-3) Dédurre la valeur de la vitesse angulaire du disque ω .

Exercice 7:

- On considère un pendule simple constitué d'une petite bille métallique, ponctuelle de masse $m = 200\text{g}$. attachée à un fil inextensible de masse négligeable et de longueur $L=0,8\text{ m}$.
- L'ensemble est fixé en un point O . On écarte le pendule de sa position d'équilibre d'un angle $\alpha_0 = 40^\circ$ (position A de la bille) et on le lâche **sans vitesse initiale**.
- On repère la position du pendule par l'angle α que fait le fil avec la verticale.
- On suppose que le fil reste tendu au cours du mouvement et que les frottements sont négligeables .

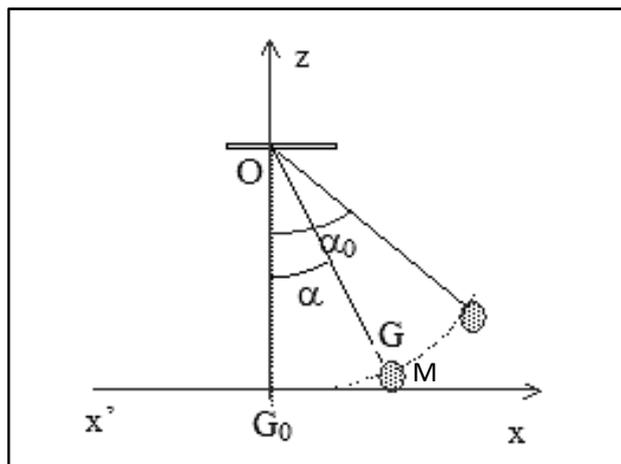
On donne : $g = 10\text{ N/kg}$

- 1) Exprimer la vitesse V_M de la bille au point M en fonction de : g , L , et α .
- 2) En déduire la vitesse de la bille au passage par sa position d'équilibre stable.
- 3) On écarte de nouveau le pendule de sa position d'équilibre dans le sens positif d'un angle $\alpha=30^\circ$ et on le lance avec une énergie cinétique E_{C0} .

Calculer l'énergie cinétique E_{C0} pour que le pendule effectue un mouvement oscillatoire entre les deux positions $\Theta_1 = -60^\circ$ et $\Theta_2 = 60^\circ$

- 4) Dans une autre expérience, on communique au pendule une énergie cinétique $E_{C0}=2,5\text{J}$ à partir de sa position d'équilibre stable.

ce pendule arrivera-t-il à sa position d'équilibre instable ? si oui avec qu'elle vitesse ?

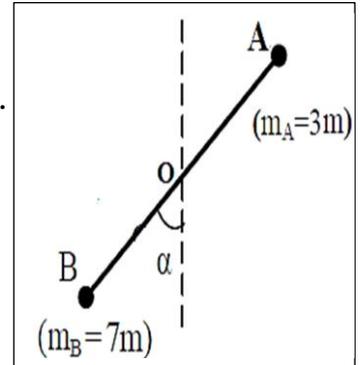


Exercice 8 :

Un pendule est constitué d'une tige de longueur $AB = 2L$ et de masse $M = 6m$, m étant une masse de valeur donnée. Cette tige est munie de deux masselottes quasi ponctuelles placées en A et B ; elles ont pour masse $m_A = 3m$ et $m_B = 7m$ (voir figure). Le pendule composé oscille sans frottement dans un plan vertical.

- 1) Déterminer la position du centre d'inertie G du système .
- 2) Calculer le moment d'inertie J du pendule pesant ainsi constitué.
- 3) On écarte le pendule d'un angle $\alpha = 50^\circ$. On le lâche sans vitesse initiale. Calculer la vitesse angulaire ω_0 lorsque celui-ci passe par sa position verticale.
- 4) Calculer alors la vitesse V_B de la masselotte placée en B.

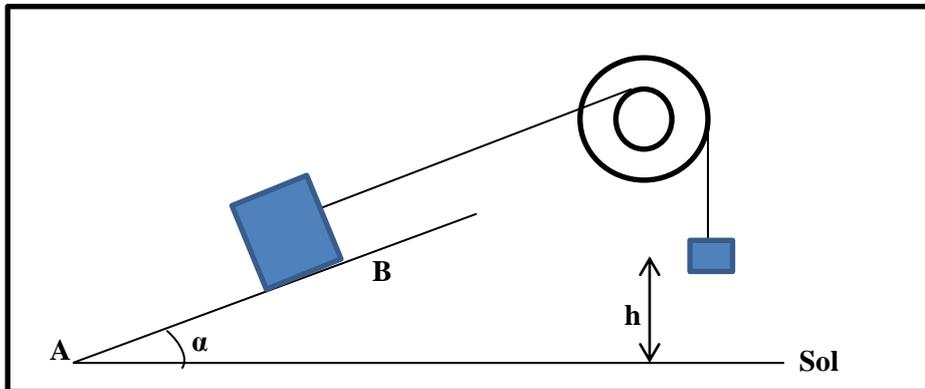
On donne : $m = 50 \text{ g}$; $L = 0,80 \text{ m}$ et $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.



Exercice 9 :

Un solide (S_2) de masse m_2 peut glisser sans frottement le long de la plus grande pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale. Un câble inextensible et de masse négligeable relie le solide (S_2) à une charge (S_1) de masse m_1 par l'intermédiaire d'une poulie à deux gorges de rayons r_1 et r_2 . On abandonne à l'instant initial le système sans vitesse initiale. Le solide (S_2) se déplace alors sans frottement le long de la ligne de plus grande pente du plan incliné .

On donne : $r_1 = 2r_2 = 30 \text{ cm}$; $m_1 = 30 \text{ kg}$, $m_2 = 2m_1$, $J_A = 2,2 \text{ kg.m}^2$ et $g = 10 \text{ N/kg}$.



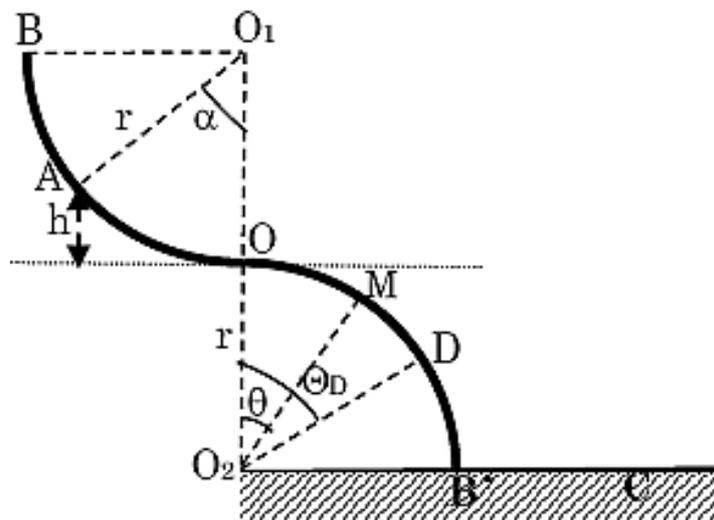
- 1) Trouver le sens de déplacement du système étudié.
- 2) Exprimer l'énergie cinétique du système constitué par les solides { (S_1) ; (S_2) ; le treuil ; le câble } en fonction de la vitesse linéaire V_1 du solide (S_1) .
- 3) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, donner l'expression de la vitesse V_1 en fonction de g , m_1 , r_1 , α , J_A et h la dénivellation de (S_2) .
- 4) Calculer la tension T_1 du câble (f_1) et la tension T_2 du câble (f_2) , lorsque (S_1) s'est déplacé de $h = 2m$.
- 5) Lorsque (S_1) arrive au sol situé à $h = 2m$ de la position initiale de (S_1) le câble se casse brutalement. Décrire le mouvement ultérieur de (S_2) .

- 6) Calculer la distance **D** parcourue par (**S**₂) depuis la position initial **A** jusqu'a son repassage par la même position .
- 7) En déduire la vitesse de (**S**₂) Lors de son repassage par **A**.

Exercice 10 :

Une portion de gouttière **BO** de forme circulaire de rayon **r = 1m** se situe dans un plan vertical. Elle se raccorde en **O** à une autre gouttière identique **OB'** située dans le même plan (voir figure). Les centres **O**₁ et **O**₂ des deux gouttières se trouvent sur la même verticale. Un solide ponctuel **S** de masse **m = 100g** est lâché sans vitesse du point **A** situé à une hauteur **h = 0,3r** par rapport au plan horizontal passant par **O**.

- Les frottements étant supposés négligeables .
 - **g = 10 m.s⁻²**.
- 1) Calculer la valeur de l'angle **α** .
 - 2) Exprimer **V_O** la vitesse du solide au passage en **O** en fonction de **g** , **r** et **α** .
Calculer **V_O** .
 - 3) Sur le parcours **OD** le solide reste en contact avec la surface de la gouttière et sa position est repérée par l'angle **θ** . Etablir l'expression de la vitesse **V_M** du solide en un point **M** quelconque du trajet **OD** en fonction **h** , **r** , **g** et **θ** .
 - 4) Sur le trajet **OD**, on montre que l'intensité **R** de la réaction de la gouttière sur **S** a pour expression : **R = m . g (cosθ - $\frac{m}{m}$)** . Exprimer **R** en fonction de **m** , **g** et **θ** .
 - 5) A quelle position **R** est maximale ? calculer sa valeur .
 - 6) Au point **D** le solide **S** perd le contact avec la gouttière et suit le trajet **DC** . Déterminer la valeur numérique **θ_D** et celle de **V_D** au point **D**.
 - 7) Avec quelle vitesse le solide touche-t-il le sol en **C** ?
 - 8) En réalité la vitesse du solide au passage en **D** vaut **V_D = 2m.s⁻¹**.
Calculer l'intensité **f** supposée constante de la force de frottement qui s'exerce sur le solide entre **A** et **D**.



Exercice 11 :

On considère le système mécanique représenté sur la figure (1), constitué par :

- un corps solide (S) de masse $m = 0,8\text{kg}$ peut glisser sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport au plan l'horizontal .
- une poulie homogène de rayon $r = 10\text{cm}$, peut tourner sans frottement autour de son axe de révolution Δ et de moment d'inertie $J_\Delta = 10^{-2}\text{kg.m}^2$
- un fil inextensible, de masse négligeable, enroulé sur la gorge de la poulie et son autre extrémité est fixé au corps solide (S) .

Pour soulever le corps (S) sur le plan incliné, on utilise un moteur lié à la poulie par un arbre qui tourne autour de l'axe fixe Δ avec une vitesse angulaire constante $\omega = 20\text{rad/s}$

I) On suppose que les **frottement sont négligeable** entre le solide et le plan incliné ;

- 1) Calculer l'intensité de la force \vec{T} exercée par le fil sur la poulie pour soulever le solide (S) de la position **A** à la position **B**. En déduire le moment du couple appliqué par le moteur sur le poulie .
- 2) Calculer la puissance moyenne développée par ce moteur .

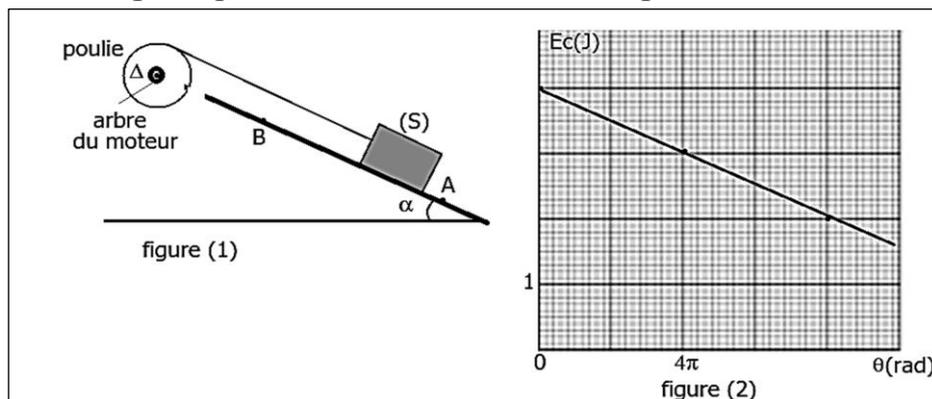
II) Dans ce cas on suppose que les **frottement ne sont plus négligeable** et elles sont équivalentes à une seule force d'intensité $f = 0,9\text{N}$.

Lorsque le solide atteint le point **B** le fil se détache de la poulie, calculer la distance **BC** parcourue par le solide avant qu'il s'arrête au point **C** .

III) Pour faire ralentir le mouvement de la poulie, on lui applique à l'instant $t=0\text{s}$ un couple de frottement de moment constant $M'_f = -8.10^{-2}\text{N.m}$.

la courbe représentée dans la figure (2) donne la variation de l'énergie cinétique E_c de la poulie sous l'action du couple de frottement en fonction de de l'abscisse angulaire θ lors de rotation de la poulie autour de l'axe Δ .

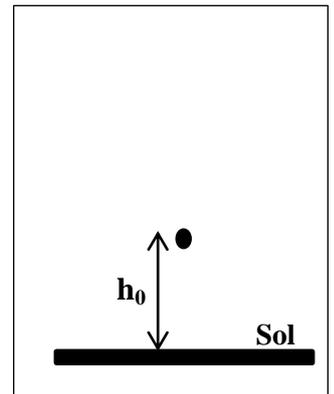
- 1) A partir de la courbe, trouver l'expression de E_c en fonction de θ .
- 2) Trouver la variation de l'énergie cinétique ΔE_c de la poulie entre les deux instants $t_0 = 0$ tel que $\theta_0 = 0$ et t_1 tel que $\theta_1 = 16\pi\text{rad}$.
- 3) Trouver les deux vitesses angulaires ω_0 et ω_1 de la poulie à t_0 et t_1 .
- 4) En appliquant le théorème d'énergie cinétique à la poulie entre t_0 et t_1 , calculer le travail effectué par le moteur et déduire le moment du couple moteur par rapport à Δ .
- 5) Calculer M'' le moment du couple de frottement qu'on doit appliquer à la poulie pour qu'elle s'arrête après qu'elle effectue deux tours à partir à l'instant où est appliqué.



Exercice 12 :

On lance verticalement vers le haut une balle en acier de masse m avec une vitesse initiale $V_0=4m/s$ du point A de hauteur $h_0=4m$ par rapport à la surface du sol.

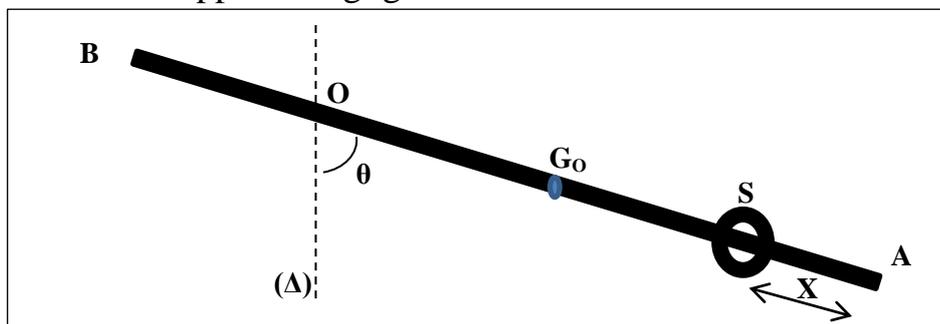
- 1) Déterminer la hauteur maximale H_{max} atteinte par la balle en fonction de h_0 , V_0 et g .
- 2) Calculer la vitesse de la balle lorsqu'elle touche le sol V_S .
- 3) En touchant le sol la balle rebondit et atteint une hauteur $h_1 < h_0$, puis retombe vers le sol et rebondit encore une fois et ainsi de suite. pendant chaque rebond sa vitesse diminue de 20%.



- 3-1/ En appliquant le théorème de l'énergie cinétique déterminer après le 1^{er} rebond la hauteur h_1 atteinte par la balle en fonction de h_0 , V_0 et g .
- 3-2/ La variation de la vitesse au moment du choc avec le sol est due aux forces de frottement de résultante f . calculer le travail de cette résultante au cours du 1^{er} rebond.
- 3-3/ Trouver l'expression la vitesse de la balle V_{Sn} pour le $n^{\text{ème}}$ rebond en fonction de V_S et n . calculer la vitesse de la balle juste après le 4^{ème} rebond.

Exercice 13 :

- Le moment d'inertie d'une tige **AB** (homogène de masse $m=200g$ de longueur $2L$) par rapport à un axe Δ qui passe par son extrémité est donnée par la relation : $J_{\Delta} = -$
- Un solide ponctuelle (S) de masse m peut coulisser sur AB, On le fixe à la distance x de l'extrémité A de telle sorte que le centre de gravité du système $S_0\{(AB) \cup (S)\}$, soit $BG_0=1,2L=160cm$.
- On fixe la tige à un axe Δ au point O loin de $d=60cm$ de B.
- On écarte le pendule ainsi formé de $\theta=60^\circ$ par rapport à la position d'équilibre verticale et lui comunique une énergie cinétique de $E_{co}=0,5J$.
- Les frottements sont supposés négligeables.



- 1) Trouver la valeur de X par application de la relation barycentrique.
- 2) Calculer l'angle maximal θ_m que fait le pendule avec la verticale lors de son mouvement.
- 3) Calculer le moment d'inertie du pendule J_O .
- 4) Calculer la vitesse maximale V_m atteinte par le solide (S) au cours du mouvement.