Le barycentre

• Le barycentre de deux points

définition	• A un pont du plan et α un réel. Le couple (A,α) appelé un point pondéré • (A,α) et (B,β) deux points pondérés du plan tels que $\alpha+\beta\neq 0$. Il existe un unique point G du plan tel que : $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ Le point G appelé le barycentre des points pondérés (A,α) et (B,β)
	Si $\alpha=\beta$ alors G est le milieu du segment $[AB]$
La conservation	Soit K un réel non nul G le barycentre de (A,α) et (B,β) ➡ G le barycentre de $(A,k\alpha)$ et $(B,k\beta)$
La propriété caractéristique	• α et β deux réels tels que $\alpha+\beta\neq 0$ G le barycentre de (A,α) et (B,β) ⟺ pour tout point M du plan : $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$
Les coordonnées	$A(x_A,y_A)$ et $B(x_B,y_B)$ deux points du plan. G le barycentre de (A,α) et (B,β) ➡ les coordonnées de G sont : $\left(\frac{\alpha x_A+\beta x_B}{\alpha+\beta},\frac{\alpha y_A+\beta y_B}{\alpha+\beta}\right)$

• Le barycentre de trois points

définition	• (A,α) et (B,β) et (C,γ) trois points pondérés du plan tels que $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$. Il existe un unique point G du plan tel que : $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ Le point G appelé le barycentre des points pondérés (A,α) et (B,β) et(C,γ)
	Si $\alpha=\beta=\gamma$ alors G est le centre de gravité du triangle ABC
La conservation	Soit K un réel non nul G le barycentre de (A,α) et (B,β) et(C,γ) ➡ G le barycentre de $(A,k\alpha)$ et $(B,k\beta)$ et $(C,k\gamma)$
La propriété caractéristique	• α et β deux réels tels que $\alpha+\beta\neq 0$ G le barycentre de (A,α) et (B,β) et (C,γ) ⟺ pour tout point M du plan : $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}$
Les coordonnées	$A(x_A,y_A)$ et $B(x_B,y_B)$et $C(x_C,y_C)$ trois points du plan. G le barycentre de (A,α) et (B,β) et (C,γ) ➡ les coordonnées de G sont : $\left(\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma},\frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}\right)$
L'associativité	Si G le barycentre de (A,α) et (B,β) et (C,γ) et $\alpha+\beta\neq 0$ H le barycentre de (A,α) et (B,β) ➡ G le barycentre de $(H,\alpha+\beta)$ et (C,γ)

• Le barycentre de quatre points

- ✓ De la même façon on définie le barycentre de quatre points
- ✓ Pour construire le barycentre de quatre points on utilisant la propriété de l'associativité : on remplaçant deux ou trois points par leur barycentre.

L'ensemble des points M du plan	$MA=MB$	L'ensemble des points M est la médiatrice de $[AB]$
	$MA=r$	L'ensemble des points M est le cercle de centre A et de rayon r

Prof oulahri	# Le barycentre

Exercice 1 :

Soient A et B et C des points des plan tels que : $4\overrightarrow{\mathrm{AB}} = 3\overrightarrow{AC}$

1) Montrer que A est le barycentre des points B et C
2) Montrer que B est le barycentre des points A et C
3) Montrer que C est le barycentre des points B et A

Exercice 2 :

Soit G le barycentre des points $(A, 3)$ et $(B, -1)$

1) Montrer que : $\overrightarrow{\mathrm{AG}} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AB}$

2) Construire G le barycentre des points A et B

Exercice 3 :

Construire G le barycentre des points A et B dans les cas :

1) $(A, 2)$ et $(B, 1)$
2) $(A, 2)$ et $(B, -3)$
3) $(A, 2)$ et $(B, 2)$

Exercice 4 :

Soit ABC un tringle et I et J et K des points des plan tels que :

$2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ et $4\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JC} = \vec{0}$ et $-2\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} = \vec{0}$

Soit G le barycentre des points $(A, 4)$ et $(B, -2)$ et $(C, 1)$

1) a- Montrer que I est le barycentre des points $(A, 4)$ et $(B, -2)$
   b- Montrer que G est le barycentre des points $(I, 2)$ et $(C, 1)$
   c- Montrer $\mathrm{G} \in (\mathrm{IC})$
2) a- Montrer que J est le barycentre des points $(A, 4)$ et $(C, 1)$
   b- Montrer que G est le barycentre des points $(J, 5)$ et $(B, -2)$
   c- Montrer $\mathrm{G} \in (\mathrm{JB})$
3) a- Montrer que K est le barycentre des points B et C
   b- Montrer $\mathrm{G} \in (\mathrm{AK})$
4) Montrer que les droites (JB) et (AK) et (IC) se coupent en un point commun

Exercice 5 :

Déterminer la nature de l'ensemble des points M dans chacun des cas :

1) $\|2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\| = 4$
2) $\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 4$
3) $\|3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$
4) $\|2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\| = \|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$

Exercice 6 :

ABCD un carré et $G = bary\{(A, 2); (B, -1); (C, 2); (D; 1)\}$

Soient $I = bary\{(A, 2); (B, -1)\}$ et $J = bary\{(C, 2); (D; 1)\}$;

1)Montrer que : $2\,\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GI}$ et $2\,\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{GJ}$

2) En déduire que $G = bary\{(I, 1); (J, 3)\}$

3) Construire J et J puis K