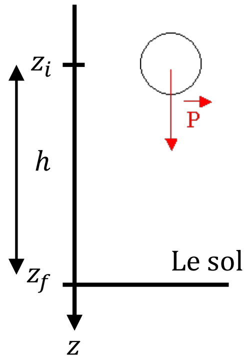
Le travail et énergie cinétique

I. Chute libre :

1. Définition :



Un objet est en chute libre lorsqu'il est soumis uniquement à son poids (on considère les frottements de l'air négligeables).

2. Etudes expérimentales :

a. Expérience de tube de Newton :

Dans l'air une bille d'acier et une plume ne chutent pas en même temps.
Dans le vide, elles arrivent en même temps au bas du tube.
Conclusion : Dans le vide, tous les objets chutent de la même façon.

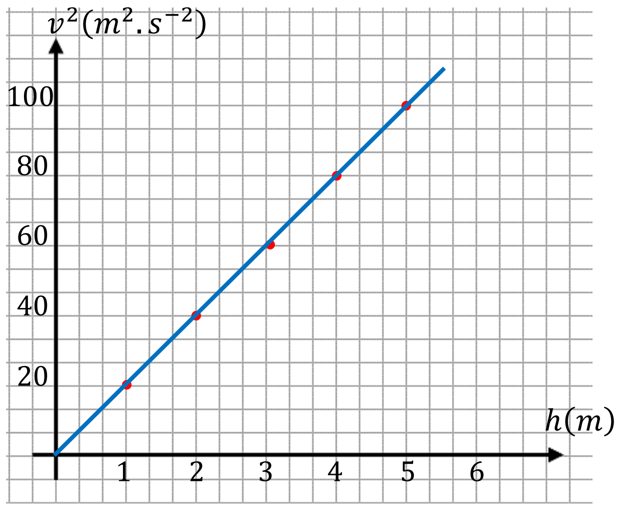
b. Activité expérimentale : Mesure de la vitesse d'un solide en chute libre :

On étudie un enregistrement vidéo d'une chute libre sans vitesse initiale avec le logiciel Avimeca. Cela permet de pointer image par image la position de l'objet, pour récupérer les coordonnées de l'objet en fonction du temps, qui nous permet de calculer la vitesse v de l'objet à chaque position associer à une hauteur h dans le tableau suivant :

Hauteur h en (m)	0	1	2	3	4	5
Vitesse v en $(m.s^{-1})$	0	4,47	6,32	7,75	8,94	10
v^2 en $(m^2.s^{-2})$	**0**	**19,98**	**39,94**	**60,06**	**79,92**	**100**

1) Compléter le tableau ci-dessus, et représenter la courbe $\boldsymbol{v^2 = f(h)}$
2) Calculer le coefficient directeur de la courbe : $\boldsymbol{v^2 = f(h)}$.
3) Montrer que $\boldsymbol{v^2 = 2g.h}$, avec $\boldsymbol{g = 10\ m.s^{-2}}$.

c. Bilan d'activité :



- <u>La courbe $\boldsymbol{v^2 = f(h)}$:</u>

La courbe $\boldsymbol{v^2 = f(h)}$ sous forme d'une fonction linéaire d'équation : $\boldsymbol{v^2 = k.h}$ **;**

Avec : $\boldsymbol{k}$ **:** le coefficient directeur de la courbe.

Pour déterminer le coefficient directeur $\boldsymbol{k}$, On choisit 2 points de la courbe ; tel que :

$$\boldsymbol{k = \frac{\Delta v^2}{\Delta h} = \frac{{v_f}^2 - {v_i}^2}{h_f - h_i} = \frac{100 - 0}{5 - 0} = 20\ m.s^{-2}}$$

Et on a : $\boldsymbol{\frac{k}{g} = \frac{20}{10} = 2}$ **;** donc : $\boldsymbol{k = 2g}$

Alors : finalement, on constate que :

$$\boldsymbol{v^2 = 2g.h}$$

Avec :

$\boldsymbol{v}$ **:** la vitesse en $(m.s^{-1})$; $\boldsymbol{g}$ **:** l'intensité de pesanteur en $(N.Kg^{-1})$ ou $(m.s^{-2})$; $\boldsymbol{h}$ **:** la hauteur en (m) ;

Remarques :

- La masse de l'objet n'intervient pas lors de la chute libre. Cela signifie que deux objets quelconques chutent à la même vitesse (à condition de pouvoir négliger les frottements de l'air).
- Si on part d'une vitesse non nulle, la relation devient : $\boldsymbol{v^2 - {v_0}^2 = 2g.h}$

II. Energie cinétique :

1. L'énergie cinétique d'un solide en translation :

Lors de la chute libre, le travail du poids est responsable de l'augmentation de la vitesse.

Or ce travail entre A et B du poids s'exprime par : $\boldsymbol{W_{A\to B}(\vec{P}) = mg(z_A - z_A) = mg.h}$

Or d'après la loi de la chute libre : $\boldsymbol{{v_B}^2 - {v_A}^2 = 2g.h} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{g.h = \frac{1}{2}({v_B}^2 - {v_A}^2)}$

Donc : le travail du poids de A vers B : $\boldsymbol{W_{A\to B}(\vec{P}) = mg.h = \frac{1}{2}m(v_B{}^2 - v_A{}^2)}$

L'expression $\boldsymbol{\frac{1}{2}m.v^2}$ représente l'énergie cinétique d'un solide en mouvement de translation.

Définition : L'énergie cinétique d'un solide de masse m est l'énergie qu'il possède du fait de son mouvement. Pour un solide en translation à la vitesse v :

$$(J) \longrightarrow \boxed{E_C = \frac{1}{2}m.v^2} \quad m:(Kg) \quad v:(m.s^{-1})$$

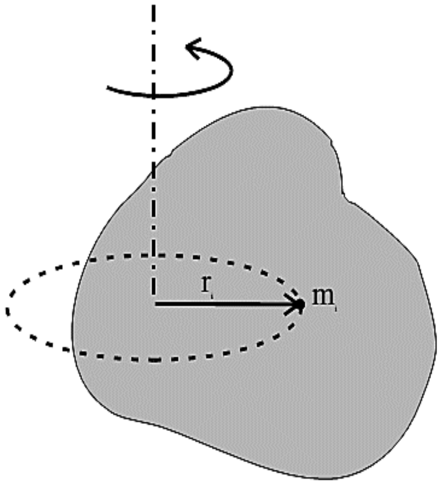
$\boldsymbol{E_C}$: Energie cinétique en joules (J) ; $\boldsymbol{m}$: masse en (Kg) et $\boldsymbol{v}$: vitesse du centre d'inertie en $(m.s^{-1})$.

Remarques :

- L'énergie cinétique est une grandeur scalaire toujours positive.
- La vitesse d'un objet dépend du référentiel choisi, c'est aussi le cas de l'énergie cinétique.

2. L'énergie cinétique d'un solide en mouvement de rotation :

Un corps rigide quelconque tourne autour d'un axe de rotation dont la position et l'orientation restent fixes.



Le corps est constitué de particules ponctuelles de masse m_i situées à une distance r_i de l'axe de rotation. L'énergie cinétique d'une de ces particules est : $\boldsymbol{E_{C_i} = \frac{1}{2}m_i.v_i^2}$

Avec : $v_i = r_i.\omega$; ω : la vitesse angulaire du solide.

$$\boldsymbol{E_{C_i} = \frac{1}{2}m_i.r_i^2.\omega^2}$$

L'énergie cinétique totale de rotation est :

$$\boldsymbol{E_C = \sum E_{C_i} = \sum \frac{1}{2}.m_i.r_i^2.\omega^2 = \frac{1}{2}.\omega^2.\sum m_i.r_i^2}$$

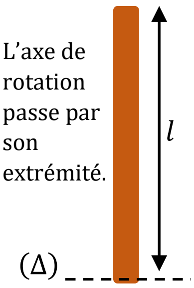
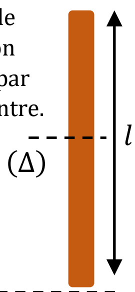
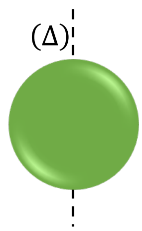
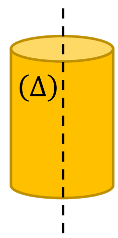
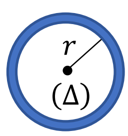
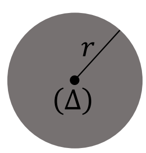
L'énergie cinétique d'un solide en mouvement de rotation peut s'écrire sous la forme :

$$(J) \longrightarrow \boxed{E_C = \frac{1}{2}J_\Delta.\omega^2} \quad \omega:(rad.s^{-1}) \quad J_\Delta:(Kg.m^2)$$

Avec : $\boldsymbol{J_\Delta = \sum m_i.r_i^2}$

La grandeur $\boldsymbol{J_\Delta}$ est appelée **le moment d'inertie** du corps par rapport à l'axe de rotation (Δ).

- **Moments d'inertie de quelques solides usuels :**

Tige	Tige	Sphère	Cylindre	Anneau	Disque
L'axe de rotation passe par son extrémité.  $J_\Delta = \frac{1}{3}m.l^2$	L'axe de rotation passe par son centre.  $J_\Delta = \frac{1}{12}m.l^2$	 $J_\Delta = \frac{2}{5}m.r^2$	 $J_\Delta = \frac{1}{2}m.r^2$	 $J_\Delta = m.r^2$	 $J_\Delta = \frac{1}{2}m.r^2$

III. Théorème de l'énergie cinétique :

1. Cas de la chute libre :

Soit un solide en chute libre d'un point A vers un point B.

$$W_{A\to B}(\vec{P}) = \frac{1}{2}m.v_B{}^2 - \frac{1}{2}m.v_A{}^2 = E_C(B) - E_C(A)$$

En posant $\Delta E_C = E_C(B) - E_C(A)$ ou ΔE_C représente la variation d'énergie cinétique, on obtient :

$$\Delta E_C = W_{A\to B}(\vec{P})$$

La variation de l'énergie cinétique de la bille entre deux positions A et B est égale au travail de son poids entre A et B.

Remarque :

C'est le travail du poids qui a permis d'augmenter l'énergie cinétique, Le travail du poids a réalisé un transfert d'énergie.

2. Généralisation : Théorème de l'énergie cinétique

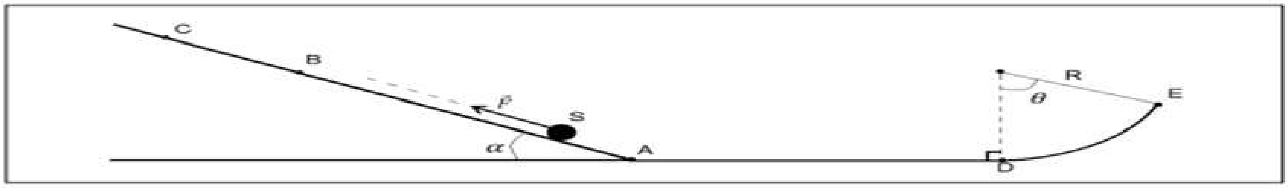
Dans un référentiel galiléen, la variation d'énergie cinétique entre deux positions A et B pour un solide en translation, est égale à la somme des travaux des forces extérieures appliquées au solide entre les positions A et B.

$$\Delta E_C = \sum_{i=1}^{n} W_{A\to B}(\vec{F_i})$$

Remarques :

- Si plusieurs forces agissent sur le solide, on peut calculer la variation d’énergie cinétique comme étant : le travail de la résultante des forces ou la somme des travaux des forces.
- Cas particuliers : Lorsque les forces appliquées à un solide entre deux instants ne travaillent pas, l’énergie cinétique et la vitesse donc sont constantes.

Un solide S de masse $m = 1\ kg$ se déplace sur un trajet $ABCADE$:



Le solide part du point A sans vitesse initiale sous l'effet d'une force motrice $\vec{F}$ constante parallèle au plan AB et d'intensité $F = 9N$.

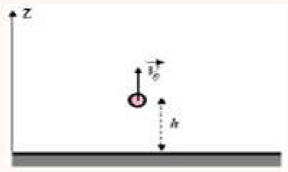
Les frottements sont négligeables sur les parties AB ; BC ; CA et DE

1- Enoncer le théorème de l'énergie cinétique. (1p)
2- Donner l'expression des travaux des forces appliquées sur le solide de A à B. (1.5p)
3- Montrer que $v_B = \sqrt{\frac{2AB}{m}(F - m.g.\sin\alpha)}$. calculer sa valeur. (1p)
4- Lorsque le solide arrive au point B, on supprime la force $\vec{F}$ alors le solide continue son mouvement vers le haut, et il arrive au point C avec une vitesse nulle. Calculer la distance BC. (1p)
5- Le solide retourne du point C vers le point A, calculer la vitesse v_A. (1p)
6- De A à D le plan applique une force de frottement constante d'intensité $f = 6N$, calculer la distance AD. Sachant que $v_D = 2m/s$. (1p)
7- Donner le l'expression du travail du poids de D à E. (1p)
8- Sachant que $v_E = 0$, en appliquant le T.E.C entre D et E, calculer $\cos(\theta)$ et déduire la valeur de l'angle θ. (1p)

$$données: AB = 2m;\ \alpha = 30°; R = 1m; g = 10N.Kg^{-1}$$

Exercice 1 :

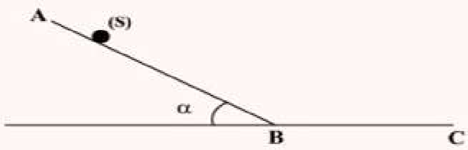
Une personne lance une boule (S) de masse m verticalement vers le haut qui se trouve à une hauteur h = 1m par rapport à la surface de terre, avec une vitesse initiale $v_0 = 3m.s^{-1}$.
On néglige l'effet de l'air. et on donne $g = 10N.kg^{-1}$



1. Calculer la hauteur maximale que la boule atteindra.
2. Calculer la vitesse v_2 de la boule lorsqu'elle atteint la surface de la terre.

Exercice 2 :

Un solide (S) ponctuel de masse m=700g, glisse sans vitesse initiale d'un point A sur des rails ABC et s'arrête en C . AB est inclinée d'un angle $\alpha = 30°$, BC est horizontale (voir figure ci-contre).



On donne : $AB = 4m$, $BC = 6m$, $g = 10N.\text{kg}^1$

Les frottements sont négligeables le long de AB.

1. Montrer que l'expression de la vitesse en B s'écrit : $V_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot AB \cdot \sin\alpha}$, calculer sa valeur.
2. Calculer $\underset{B \longrightarrow C}{W}(\vec{R})$, Conclure.
3. Calculer l'intensité de la force de frottement supposé constante sur la partie BC.