

Exercice 12 :

Soit une fonction tel que : $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^2}$

Et sa courbe dans un repère orthonormé

1) Montrer que $D_f =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$.

2) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, puis interpréter géométriquement le résultat.

3) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

4) a)- Montrer que : $(\forall x \in D_f) : f(x) = x + 1 - \frac{x+1}{x^2}$

b)- Montrer que la droite $(\Delta) : y = x + 1$ est une asymptote oblique à au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$.

5) a)- Montrer que :

$$(\forall x \in D_f) : f'(x) = \frac{x(x+1)(x^2 - x + 2)}{x^3}$$

b)- Etudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le T.V.

6) Montrer que : $(\forall x \in D_f); f''(x) = \frac{-2(x+3)}{x^4}$ et

étudier la concavité de f puis en déduire que f admet un point d'inflexion I .

7) Étudier la position relative de f et de (Δ) .

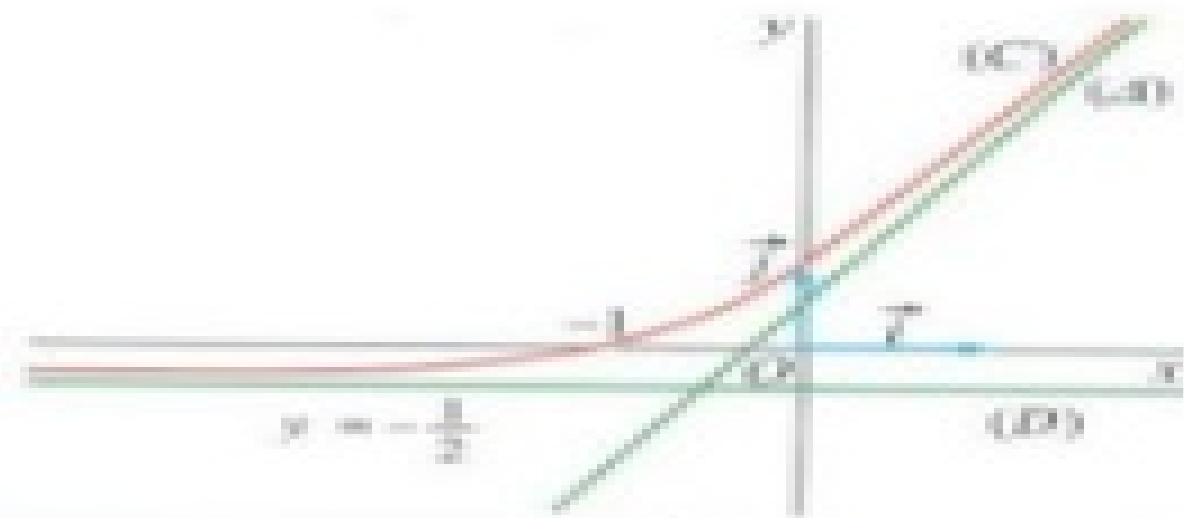
8) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe f au point d'abscisse 1.

9) Tracer la courbe f et la droite (T) .

Exercice 13.

Exercice 11 :

(C) désigne la courbe représentative d'une fonction dans un repère orthonormé.



- La droite $(D) : y = -\frac{1}{2}$ est une asymptote (\mathcal{C}) horizontale à la courbe (C) au voisinage de $-\infty$.
- La droite $(A) : y = 2x + \frac{1}{2}$ est une asymptote (\mathcal{C}) oblique à la courbe (C) au voisinage de $+\infty$.

Par une lecture graphique.

- 1) Déterminer le signe de $f(x)$.
- 2) Déterminer le sens de variations de $f(x)$.
- 3) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
Et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (2x + \frac{1}{2})$.

Exercice 14:

Partie 1 : Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 3}} - 1$$

- 1) Montrer que g est strictement croissante sur \mathbb{R} .
- 2) Calculer $g(1)$ et en déduire le signe de $g(x)$.

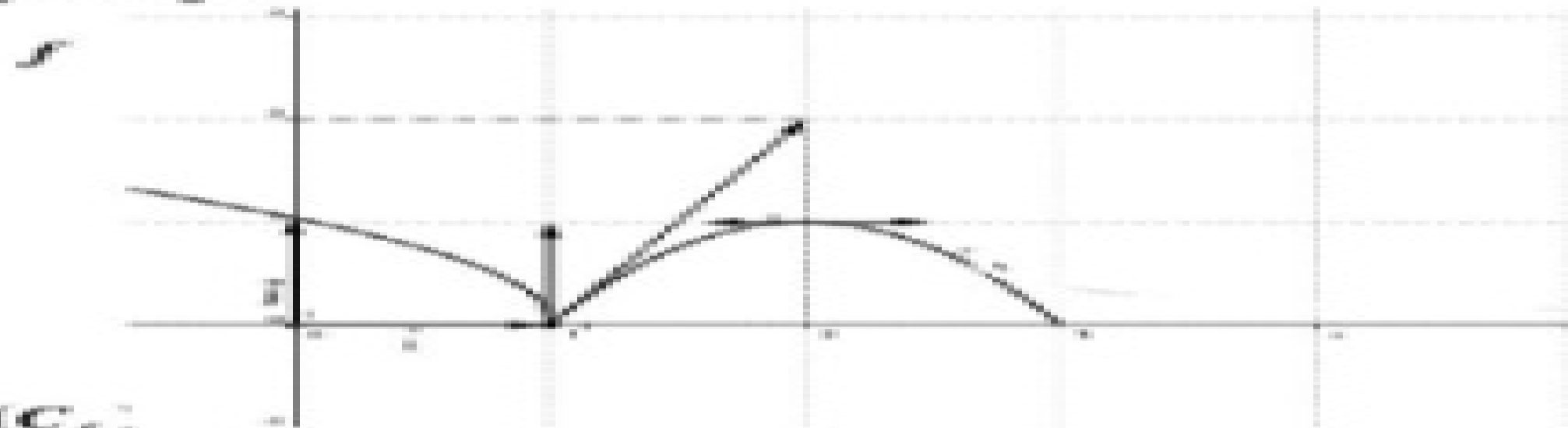
Partie 2 : Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 2\sqrt{3 + x^2} - x$$

- 1) Etudier les branches infinies de f .
- 2) Vérifier que pour tout réel x on a : $f'(x) = g(x)$,
puis dresser le tableau de variation de f .
- 3) Donner une équation cartésienne de la tangente
(T) à la courbe de f en son point d'abscisse -1 .
- 4) Tracer la courbe f .

Exercice 9 :

La courbe ci dessous est celle d'une fonction f définie sur $]-\infty; 3]$.



- 1) Déterminer $f'(2)$, justifier.
- 2) Donner $f'_+(1)$, justifier.
- 3) f est-elle dérivable à gauche en 1, justifier ?
- 4) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$.
- 5) Dresser le tableau de variation de f sur $]-\infty; 3]$.

Exercice 10 :

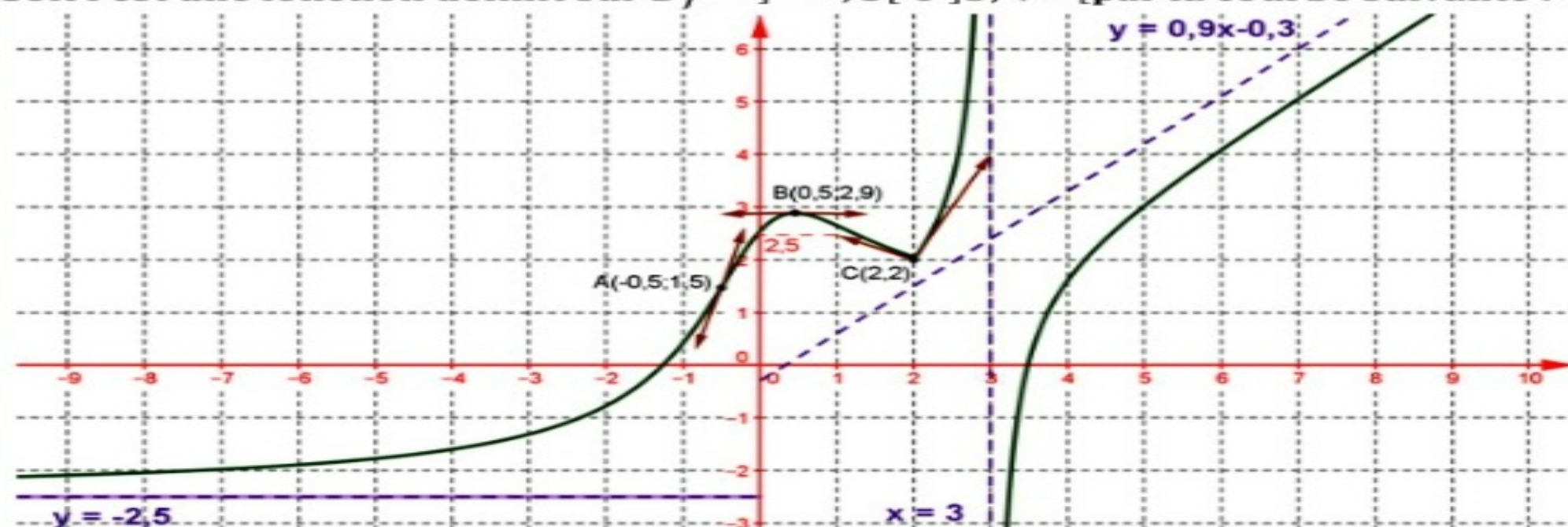
(C_f)

Barème

6P

Exercice 1

Soit f est une fonction définie sur $D_f =]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$ par la courbe suivante :



1

1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

1

2) Déterminer $f'(\frac{1}{2})$ et $f'(-\frac{1}{2})$

1

3) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x)-2}{x-2}$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2f(x)+5}$ en justifiant votre réponse

0,5

4) Justifier que f n'est pas dérivable en 2

1

5) Dresser le tableau de variations de f sur D_f

0,5

6) Combien de solutions admet l'équation $f(x) = 0$ sur D_f ? justifier votre réponse

0,5

7) Soit g la restriction de la fonction f sur l'intervalle $I =]3; +\infty[$

0,5

a) Justifier que g admet une fonction réciproque g^{-1} sur J à déterminer

0,5

b) Déterminer $g^{-1}([3; 5])$ en justifiant votre réponse