| Prof : OULAHRI<br>Séance 1 | # Généralités sur les fonctions | 1BAC EXP |
|---|---|---|

**L'ensemble de définition d'une fonction :**

Les réels qui ont une image par la fonction $f$ forment un ensemble appelé l'ensemble de définition de la fonction $f$ et noté $D_f$

**Exercice 1 :** Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $f$ dans chacune des cas :

1) $f(x) = x^2 - 2x + 3$

2) $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-4}$

3) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$

4) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4x+3}{x-2}}$

**La fonction paire et impaire**

- On dit que la fonction $f$ est paire si : $\begin{cases} \forall x \in D_f \quad , \quad -x \in D_f \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$
- On dit que la fonction $f$ est impaire si : $\begin{cases} \forall x \in D_f \quad , \quad -x \in D_f \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$

**Exercice 2 :**

Etudier la parité de la fonction $f$ dans chacune des cas :

2) $f(x) = x^2 - |x| - 6$

2) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

**La fonction majorée-la fonction minorée- la fonction bornée**

- On dit que la fonction $f$ est majorée par $M$ si : $\forall x \in I \quad f(x) \leq M$
- On dit que la fonction $f$ est minorée par $m$ si : $\forall x \in I \quad f(x) \geq m$
- On dit que la fonction $f$ est bornée par $m$ s'elle est majorée et minorée

**Exercice 3 :**

Soit $h$ la fonction définie par $h(x) = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$

a) Déterminer $D_h$ .

b) Montrer que la fonction $h$ est majorée par 1 et minorée par -3.

c) Interpréter les résultats géométriquement.

## La monotonie d'une fonction:

Soit $f$ une fonction définie sur $I$, $(I \subset D_f)$

- On dit que $f$ est strictement croissante sur $I$ si et seulement si :
  - $\forall (x,y) \in I^2 \qquad x > y \quad \Rightarrow \quad f(x) > f(y)$
- On dit que $f$ est strictement décroissante sur $I$ si et seulement si :
  - $\forall (x,y) \in I^2 \qquad x > y \quad \Rightarrow \quad f(x) < f(y)$
- On dit que $f$ est constante sur $I$ si et seulement si :
  - $\forall (x,y) \in I^2 \qquad f(x) = f(y)$

**Exemple :**

**On considère la fonction $f$ définie par :** $\quad f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$

**En utilisant la définition montrer que la fonction $f$ est croissante sur $]0,+\infty[$**

## Le taux de variations:

Soit $f$ une fonction définie sur $I$, $(I \subset D_f)$ on pose : $\quad T = \frac{f(x)-f(y)}{x-y}$ avec $(x,y) \in I^2$

- Si $T > 0$ alors $f$ est strictement croissante sur $I$
- Si $T < 0$ alors $f$ est strictement décroissante sur $I$
- Si $f$ est croissante ou décroissante on dit que $f$ est monotone

## Exercice 4 :

Soit $f$ une fonction numérique définie par $f(x) = \frac{3}{x} + \frac{x}{3}$

1) Déterminer $D_f$
2) Etudier la parité de la fonction $f$
3) Montrer que pour tous $a$ et $b$ dans $]0;+\infty[$ ; on a $T = \frac{ab-9}{3ab}$ .
4) Déduire le sens de variations de la fonction $f$ sur $[3;+\infty[$ et $]0;3]$
5) Dresser le tableau de variations de $f$ sur $D_f$ en précisant sa valeur maximale et sa valeur minimale.

## Exercice 5 :

**On considère la fonction $f$ définie par :** $\quad f(x) = \sqrt{x^2 - 6x}$

**1) Montrer que :** $\quad D_f = ]-\infty, 0] \cup [6,+\infty[$

**2) a- Soient $x$ et $y$ de $D_f$ montrer que :** $\quad \frac{f(x)-f(y)}{x-y} = \frac{x+y-6}{\sqrt{x^2-6x}+\sqrt{y^2-6y}}$

**b- Déduire les variations de $f$ sur les intervalles $]-\infty, 0]$ et $[6,+\infty[$**

**3) Dresser le tableau de variation de $f$**

| Pr : OULAHRI | Généralités sur les fonctions séance 2 | 1BAC EXP |
|---|---|---|

**La fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$ :**

**La courbe de la fonction $f$ appelée une parabole de sommet $A\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$**

**Exemple :**

**La fonction $f(x) = x^2 - 6x + 2$**

**La courbe $(C_f)$ est une parabole de sommet $A(3, f(3)) = (3, -7)$**

**Remarque :**

$a > 0$

| $x$ | $-\infty$ | $\frac{-b}{2a}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $\searrow$ | $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$ | $\nearrow$ |

$a < 0$

| $x$ | $-\infty$ | $\frac{-b}{2a}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $\nearrow$ | $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$ | $\searrow$ |

**Exemple :**

**La fonction $f(x) = x^2 - 6x + 8$**

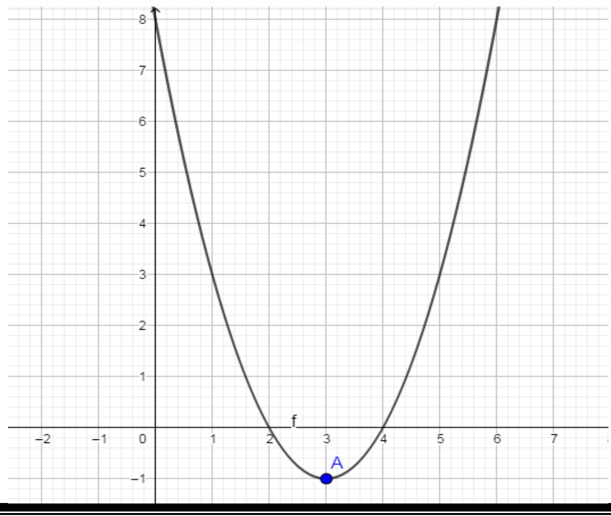
**La courbe $(C_f)$ est une parabole de sommet $A(3, f(3)) = (3, -1)$**

**Le tableau de variations de $f$ :**

| $x$ | $-\infty$ | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ |

**Quelques valeurs :**

| $x$ | 2 | 1 | 0 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 | 3 | 8 | 0 | 3 |




## Application 1 :

**Construire la courbe des fonctions suivantes :**

**1)** $f(x) = x^2 + 1$

**2)** $f(x) = x^2 - 2x + 2$

**3)** $f(x) = x^2 - 4x + 3$

**La fonction $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$:**

**La courbe de la fonction $f$ appelée une hyperbole de centre $A\left(\frac{-d}{c},\frac{a}{c}\right)$ et d'asymptotes $x=\frac{-d}{c}$ et $y=\frac{a}{c}$**

**Exemple :**

**La fonction $f(x)=\frac{x-1}{x-2}$**

**La courbe $(C_f)$ est une parabole de centre $A(2,1)$ et d'asymptotes $x=\frac{-d}{c}=2$ et $y=\frac{a}{c}=1$**

**Remarque :**

**On pose :** $\Delta=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$

$\Delta>0$

| $x$ | $-\infty$ | $\frac{-d}{c}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | ↗ | ‖ | ↗ |

$\Delta<0$

| $x$ | $-\infty$ | $\frac{-d}{c}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | ↘ | ‖ | ↘ |

**Exemple :**

**La fonction $f(x)=\frac{x-1}{x-2}$**

**La courbe $(C_f)$ est une parabole de centre $A(2,1)$ et d'asymptotes $x=\frac{-d}{c}=2$ et $y=\frac{a}{c}=1$**

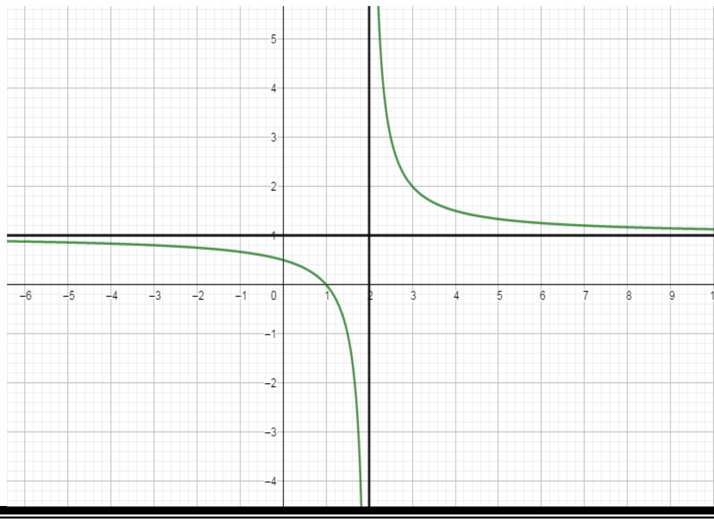
**Le tableau de variations de $f$ : on a :**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}=1\times(-2)-1\times(-1)$$
$$=-1$$

| $x$ | $-\infty$ | $2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | ↘ | ‖ | ↘ |

**Quelques valeurs :**

| $x$ | $\frac{3}{2}$ | $1$ | $0$ | $-1$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-1$ | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{3}$ | $2$ |




## Application 2 :

**Construire la courbe des fonctions suivantes :**

**1)** $f(x)=\frac{x-2}{x+1}$ **2)** $f(x)=\frac{2x-1}{x-1}$ **3)** $f(x)=\frac{x-2}{x+2}$