Prof : OULAHRI Séance 1	# Généralités sur les fonctions	1BAC EXP

L'ensemble de définition d'une fonction :

Les réels qui ont une image par la fonction f forment un ensemble appelé l'ensemble de définition de la fonction f et noté D_f

Exercice 1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans chacune des cas :

1) $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 2) $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-4}$

3) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$ 4) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4x+3}{x-2}}$

La fonction paire et impaire

- On dit que la fonction f est paire si : $\begin{cases} \forall x \in D_f \quad , \quad -x \in D_f \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$
- On dit que la fonction f est impaire si : $\begin{cases} \forall x \in D_f \quad , \quad -x \in D_f \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$

Exercice 2 :

Etudier la parité de la fonction f dans chacune des cas :

2) $f(x) = x^2 - |x| - 6$ 2) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

La fonction majorée-la fonction minorée- la fonction bornée

- On dit que la fonction f est majorée par M si : $\forall x \in I \quad f(x) \leq M$
- On dit que la fonction f est minorée par m si : $\forall x \in I \quad f(x) \geq m$
- On dit que la fonction f est bornée par m s'elle est majorée et minorée

Exercice 3 :

Soit h la fonction définie par $h(x) = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$

a)Déterminer D_h .

b) Montrer que la fonction h est majorée par 1 et minorée par -3.

c) Interpréter les résultats géométriquement.

La monotonie d'une fonction:

Soit f une fonction définie sur I, $(I \subset D_f)$

- **On dit que f est strictement croissante sur I si et seulement si :**
  - $\forall (x,y) \in I^2 \qquad x > y \quad \Rightarrow \quad f(x) > f(y)$
- **On dit que f est strictement décroissante sur I si et seulement si :**
  - $\forall (x,y) \in I^2 \qquad x > y \quad \Rightarrow \quad f(x) < f(y)$
- **On dit que f est constante sur I si et seulement si :**
  - $\forall (x,y) \in I^2 \qquad f(x) = f(y)$

Exemple :

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$

En utilisant la définition montrer que la fonction f est croissante sur $]0,+\infty[$

Le taux de variations:

Soit f une fonction définie sur I, $(I \subset D_f)$ on pose : $T = \frac{f(x)-f(y)}{x-y}$ **avec** $(x,y) \in I^2$

- **Si $T > 0$ alors f est strictement croissante sur I**
- **Si $T < 0$ alors f est strictement décroissante sur I**
- **Si f est croissante ou décroissante on dit que f est monotone**

Exercice 4 :

Soit f une fonction numérique définie par $f(x) = \frac{3}{x} + \frac{x}{3}$

1) Déterminer D_f
2) Etudier la parité de la fonction f
3) Montrer que pour tous a et b dans $]0;+\infty[$; on a $T = \frac{ab-9}{3ab}$.
4) Déduire le sens de variations de la fonction f sur $[3;+\infty[$ et $]0;3]$
5) Dresser le tableau de variations de f sur D_f en précisant sa valeur maximale et sa valeur minimale.

Exercice 5 :

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x}$

1) Montrer que : $D_f =]-\infty, 0] \cup [6,+\infty[$

2) a- Soient x et y de D_f montrer que : $\frac{f(x)-f(y)}{x-y} = \frac{x+y-6}{\sqrt{x^2-6x}+\sqrt{y^2-6y}}$

b- Déduire les variations de f sur les intervalles $]-\infty, 0]$ et $[6,+\infty[$

3) Dresser le tableau de variation de f