

APEE Association pour la Promotion de l'Enseignement d'Excellence	Mathématiques : DS	LYCÉE MOHAMMED VI D'EXCELLENCE
	Niveau : 1 SM Durée : 2h Année scolaire 2024/2025	

NB : l'usage de la calculatrice est interdit

Exercice 1

4,5 points

1,5 pt 1. Déterminer la valeur de vérité des propositions suivantes :

(S) : $(\forall x \in \mathbb{R} - \{6\}) \frac{x+3}{x-6} \neq 1$.

1,5 pt (P) : $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) y^2 - \frac{1}{2}xy - x^2 > 0$. X

1,5 pt 2. Soient a, b, c et d des réels strictement positifs montrer que :

$(a^2b^2c^2 > d^3) \Rightarrow \left(\frac{ab}{d} > 1 \text{ ou } \frac{bc}{d} > 1 \text{ ou } \frac{ca}{d} > 1 \right)$.

Exercice 2

4,5 points

Montrer que :

1,5 pt 1. $(\forall n \in \mathbb{N}) 19$ divise $3^{3n+2} + 5 \times 2^{3n+1}$. X

1,5 pt 2. $(\forall n \in \mathbb{N}^*) 1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (-1)^{n+1}n^2 = (-1)^{n+1} \frac{n(n+1)}{2}$.

1,5 pt 3. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $2x + 1 < \sqrt{x^2 + 8}$

Exercice 3

4 points

On considère les deux ensembles M et N :

$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 - xy - 2y^2 = 0\}$.

$N = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + y = 0\}$.

1,5 pt 1. Montrer que : $N \subset M$.

1,5 pt 2. Déterminer y tel que : $(1, y) \in M$; a-t-on $M \subset N$?

1 pt 3. Montrer que $M = N \cup G$ ou G est un ensemble à déterminer.

Exercice 4

4 points

On considère l'ensemble G définie par : $G = \left\{ \frac{x}{\sqrt{x-1}} / x \in]1; +\infty[\right\}$

1,5 pt 1. Montrer que : $G \subset]2; +\infty[$

1,5 pt 2. Montrer que : $(\forall y \in]2; +\infty[)(\exists x \in]1; +\infty[) : y = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$

1 pt 3. Dédurre que : $G =]2; +\infty[$.

Exercice 5

3 points

1 pt 1. Soit H l'ensemble défini par $H := \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x+3}{x-2} < 2 \right\}$: Déterminer C_A^H

2. Soient A, B et C trois sous ensembles d'un ensemble E.

1 pt a. Montrer que $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

1 pt b. Montrer que : $A \cap \overline{B} = A \cap \overline{C} \Leftrightarrow A \cap B = A \cap C$. X