MATHÉMATIQUES

Devoir à Maison N°1 -Semestre 1-

Niveau : 2ème Bac SP & SVT Biof.

Année scolaire : 2022/2023

Exercice 1 :

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{8x^3+x+1}}{1-4x}\ ;\ \lim_{x\to5}\frac{\sqrt[3]{x+3}-2}{x^2-6x+5}\ ;\ \lim_{x\to+\infty}\sqrt[4]{x}-\sqrt[3]{x}\ ;$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{x+1}}{x}\ ;\ \lim_{x\to1^+}\frac{-3x^2+x+1}{\sqrt[3]{x}-1}\ ;$$

Exercice 2 :

Considérons la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=x-\sqrt{x^2-3}\ ; x\geq 2\\ f(x)=\frac{x^2-6x+8}{4-2x}\quad ; x<2\end{cases}$

1) *Etudier la continuité de f en 2.*
2) *Etudier la continuité de f sur $\mathbb{R}$.*

Exercice 3 :

Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2x^3+4x^2+7x-4$.

1) *Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α sur $\mathbb{R}$ et que* $0<\alpha<1$.
2) *Donner le signe de f sur $\mathbb{R}$.*
3) *Donner un encadrement de α d'amplitude* $0{,}25$.
4) *Vérifier que* $\alpha=\sqrt{\frac{4-7\alpha}{2(\alpha-2)}}$

Exercice 4 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1) $\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{1-x}=\sqrt[3]{2}$.
2) $x+2>\sqrt[3]{x^2+8}$.
3) $x^3+64=0$.

Exercice 5 :

Considérons la fonction f définie par : $f(x)=x-3+\sqrt{x^2-1}$.

1) *Déterminer D_f puis calculer les limites aux bornes de D_f.*
2) *Etudier la monotonie de f sur D_f.*
3) *Soit g la restriction de f sur* $[1;+\infty[$.
   a) *Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle à déterminer.*
   b) *Déterminer* $g^{-1}(x)$.

Exercice 6 :

Considérons la fonction f définie par : $f(x)=2\sqrt{x+1}-x$.

1) *Déterminer D_f et calculer* $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.
2) *Etudier la dérivabilité de f à droite en -1 puis interpréter le résultat.*
3) *Montrer que* $f'(x)=\frac{-x}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{1+x})}$.
4) *Dresser le tableau de variations de f.*
5) *Soit g la restriction de f sur* $[0,+\infty[$.
   a) *Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle à déterminer.*
   b) *Déterminer* $g^{-1}(x)$.
   c) *Dresser le tableau de variations de* g^{-1}.
   d) *Calculer $g(3)$, puis déduire* $(g^{-1})'(1)$.
   e) *Résoudre l'équation* $g^{-1}(x)=8$.