Durée : 02 heures

> **Note** : l'usage de la calculatrice et du téléphone portable est interdit.
> Regardez l'ensemble du sujet et débutez par ce que vous savez le mieux faire.

Exercice 01 : (04pts)

4 ✓ Calculer chacune des limites suivantes :

$$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-3x+2},\ \lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+7}+x^2-7}{x-2},\ \lim_{x\to-\infty}x+\sqrt{4x^2+1}\text{ et }\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+x+1}-x}{x}.$$

Exercice 02 : (05pts)

⇨ Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=ax^2+2x;\text{si } x\geq\frac{1}{2}\text{ et } f(x)=\frac{1}{1-x};\text{si } x<\frac{1}{2}\text{ Où } a\in\mathbb{R}.$$

2 1)- Montrer que est continue sur $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ et $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$.

1 2)- Pour quelle valeur de a la fonction f est-elle continue sur $\mathbb{R}$?

3)- Dans cette question, on suppose que : $a=4$.

2 ✓ Etudier la dérivabilité de f en $x_0=\frac{1}{2}$, puis donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.

Exercice 03 : (11pts)

⇨ On considère la fonction f définie par :

$$f(x)=x+2\sqrt{1-x}.$$

1,5 1)- a)- Déterminer D_f et calculer : $\lim_{x\to-\infty}f(x)$.

1,5 b)- Justifier soigneusement que f est continue sur D_f.

1,5 2)- a) - la fonction f est-elle dérivable à gauche en $x_0=1$? donner l'interprétation géométrique du résultat obtenu.

1,5 b) - Montrer que : $(\forall x\in]-\infty;1[); f'(x)=\frac{-x}{1-x+\sqrt{1-x}}$. Puis dresser le tableau de variation complet de f en justifiant la réponse.

1 3)- a)- Montrer que l'équation $(E): f(x)=0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]-5;-4[$.

1,5 b)- Vérifier que : $\alpha^2+4\alpha-4=0$, puis en déduire la valeur exacte de α.

4)- Soit g la restriction de f à l'intervalle $I=[0;1]$.

1 a)- Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur $J=[1;2]$.

1,5 b)- Exprimer $g^{-1}(x)$ en fonction de x pour tout $x\in J$.

Fin Du Sujet.