Travail et puissance d'une force

I- Travail d'une force constante agissant sur un corps en translation:

1) Définition :

***) Force constante :**

On dit qu'une force $\vec{F}$ est constante ; si son vecteur garde :

- ✓ Même direction.
- ✓ Même sens.
- ✓ Même intensité.

***) Mouvement de translation :**

On dit qu'un corps en mouvement de translation si le vecteur $\overrightarrow{AB}$, des deux points A et B de ce corps, garde la même direction au cours du mouvement :

- ✓ Si le mouvement d'un point M de ce corps est rectiligne, on dit que la translation est rectiligne ;
- ✓ Si le mouvement d'un point M de ce corps est circulaire, on dit que la translation est circulaire ;
- ✓ Si le mouvement d'un point M de ce corps est curviligne, on dit que la translation est curviligne.

2) Expression du travail d'une force constante agissant sur un corps en translation:

Le travail d'une force constante $\vec{F}$ pour un déplacement $\overrightarrow{AB}$ de son point d'application, est le produit scalaire de vecteur force $\vec{F}$ et de vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$:

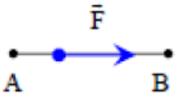
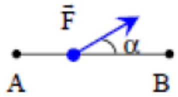
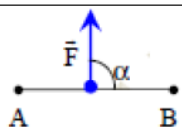
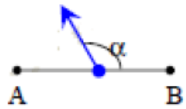
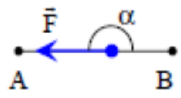
$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = \underset{(N)}{F}.\underset{(m)}{AB}.\cos(\underset{(°)}{\alpha})} \quad (J \equiv N.m)$$

Avec : $\alpha = (\widehat{\vec{F}.\overrightarrow{AB}})$: l'angle entre les vecteurs $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$.

Remarque :

*) Le travail d'une force est une grandeur algébrique :

- *Si* $W > 0$ *on dit que :* *le travail est moteur*.
- *Si* $W < 0$ *on dit que :* *le travail est résistant*.
- *Si* $W = 0$ *on dit que :* *la force* $\vec{F}$ *ne travaille pas*.

$\alpha = 0°$	$\alpha < 90°$	$\alpha = 90°$	$90° < \alpha \leq 180°$	$\alpha = 180°$
				
$W_{A\to B}(\vec{F}) = +F.AB$	$W_{A\to B}(\vec{F})$ *positif*	$W_{A\to B}(\vec{F}) = 0$	$W_{A\to B}(\vec{F})$ *négatif*	$W_{A\to B}(\vec{F}) = -F.AB$
Travail moteur		*Travail nul*	*Travail résistant*	

*) *Le travail peut écrire en fonction des coordonnées du vecteur force* $\vec{F}$ *et vecteur déplacement* $\overrightarrow{AB}$ *dans un repère cartésienne* $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

$$\vec{F}\begin{vmatrix} F_x \\ F_y \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{F} = F_x.\vec{\imath} + F_y.\vec{\jmath} \quad ; \quad \overrightarrow{AB}\begin{vmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{vmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A).\vec{\imath} + (y_B - y_A).\vec{\jmath}$$

D'où : $W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F_x.(x_B - x_A) + F_y.(y_B - y_A)$

*) *Le travail fourni par un ensemble de forces constantes* $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$, *exercées sur un corps solide en translation, est égal au produit scalaire de la somme vectorielle de ces forces* $\sum \vec{F}$ *et du vecteur déplacement* $\overrightarrow{AB}$.

$$W_{A\to B}(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) = \sum \vec{F}.\overrightarrow{AB}$$

Application n°1 : Exercice n° 1 ; Série n° 2

Calculer le travail de la force $\vec{F}$ *dans les cas suivants en précisant sa nature.*

$\alpha = 0°$; $\alpha = 30°$, $\alpha = 60°$, $\alpha = 90°$, $\alpha = 120°$, $\alpha = 180°$

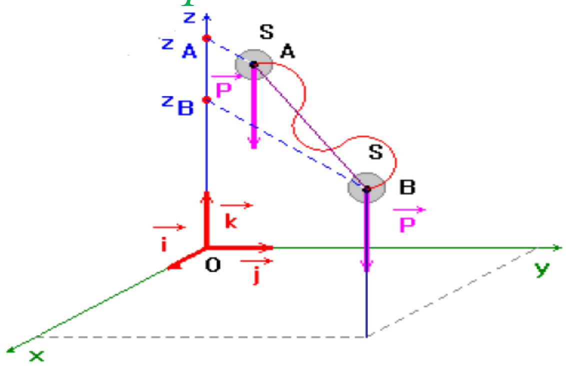
On donne $F = 10N$ *et* $AB = 30\ cm$.

Réponse :

....
....
....
....
....
....
....
....

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

3) Travail du poids d'un corps :



Dans un repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$) les coordonnées du poids $\vec{P}$ et du vecteur déplacement sont :

$$\vec{P}\left|\begin{array}{l} P_x = 0 \\ P_y = 0 \\ P_z = -m.g \end{array}\right. \qquad \text{soit :} \quad \vec{P} = -mg\vec{k}$$

$$\overrightarrow{AB}\left|\begin{array}{l} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{array}\right. \qquad \text{soit :} \quad \overrightarrow{AB} = (x_B - x_B).\vec{\imath} + (y_B - y_A).\vec{\jmath} + (z_B - z_B).\vec{k}$$

$$W_{A\to B}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB} = P_x.(x_B - x_A) + P_z.(z_B - z_A) = -m.g(z_B - z_A)$$

$$\boldsymbol{W_{A\to B}(\vec{P}) = m.g(z_A - z_B)}$$

Remarque :

*) Le travail du poids ne dépend pas du chemin suivi mais uniquement de l'altitude initiale et de l'altitude finale ; on dit que le poids est <u>une force conservatrice</u>.

*) Si le corps descend, alors $z_A - z_B > 0 \Longrightarrow W_{A\to B}(\vec{P}) > 0$; le travail du poids est <u>moteur</u>.

*)Si le corps monte, alors $z_A - z_B < 0 \Longrightarrow W_{A\to B}(\vec{P}) < 0$; le travail du poids est <u>résistant</u>.

*)Si le corps reste à la même altitude ; $z_A - z_B = 0 \Longrightarrow W_{A\to B}(\vec{P}) = 0$ le travail du poids est <u>nul</u>.

Exemple ① :

Exemple ② :

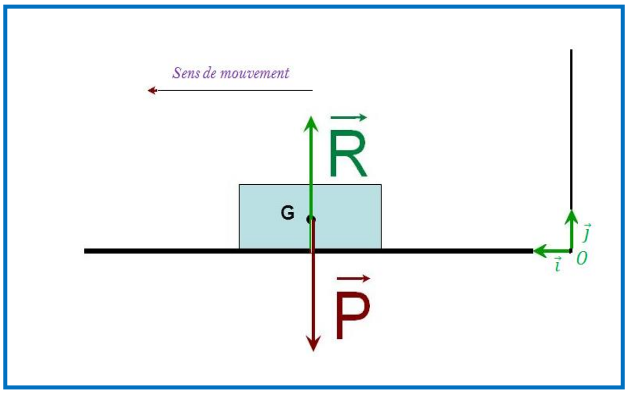
Exemple ③ :

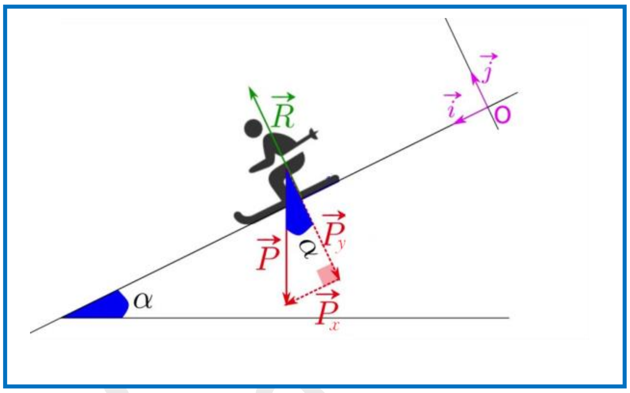
Exemple ④ :

4) Travail de la réaction (la résultante) $\vec{R}$:

La réaction $\vec{R}$ est la force exercée par un plan (horizontal, vertical ou incliné) sur un corps situé sur ce plan;

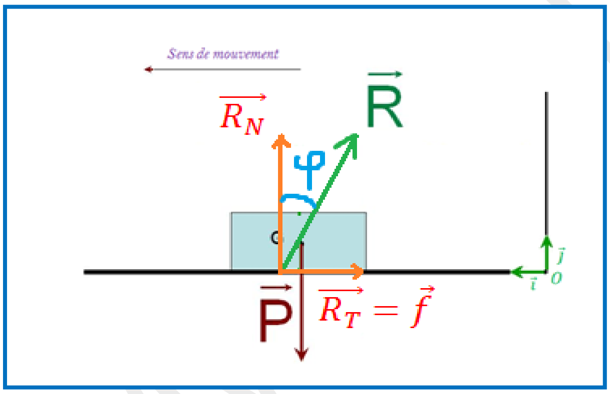
1^er^ cas : Mouvement sans frottement : $\vec{R}$ est normale au plan.

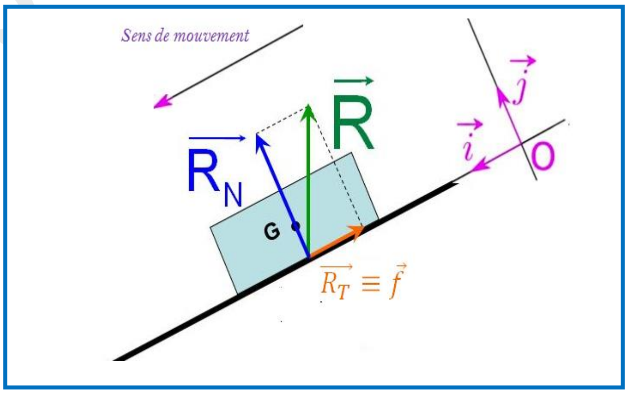




……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

2^ème^ cas : Mouvement avec frottement : $\vec{R}$ n'est pas perpendiculaire au plan.





✓ $\vec{R} = \vec{R_N} + \vec{R_T}$ *avec :*

- $\vec{R_N}$ *: la composante normale ;*
- $\vec{R_T}$ *: la composante tangentielle, notée aussi* $\vec{f}$ *(responsable aux frottements).*
- $R = \sqrt{R_n^2 + f^2}$

✓ $K = \tan\varphi = \frac{f}{R_N}$ *: le coefficient du frottement ;*

✓ φ *: l'angle de frottement.*

………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

Rappel : Principe d'inertie

Lorsqu' un corps solide est isolé (ne soumet à aucune force) ou pseudo-isolé ($\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$) mécaniquement dans un repère Galiléen, le vecteur vitesse du centre d'inertie G du corps solide est constant :

$\vec{V}_G = \overrightarrow{Cte}$;

deux cas se présentent :

- *Si le corps est au repos, il restera au repos : $\vec{V}_G = \vec{0}$,*
- *Si le corps est en mouvement, alors le mouvement de son centre d'inertie G est rectiligne uniforme.*

➤ *En particulier :*

Si le mouvement du centre d'inertie G d'un corps est rectiligne uniforme alors le corps solide est isolé (ne soumet à aucune force) ou pseudo-isolé ($\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$) mécaniquement.

Application n°2 : Exercice n° 2 ; Série n° 2

Un skieur de masse $m = 75kg$ (avec tout le matériel) descend une piste rectiligne inclinée d'un angle $\alpha = 14°$ avec l'horizontale à une vitesse constante. Les forces de frottements de la piste sur le skieur ainsi que celle de l'air ont une résultante $\vec{f}$ parallèle à la pente. On donne : $g = 10N.kg^{-1}$

1- Faire l'inventaire des forces agissant sur le skieur.

2- Calculer la valeur des forces de frottements.

3- Quel est le travail de cette force lorsque le skieur parcourt une distance de $250m$ dans ces conditions ?

4- Quel est le travail du poids du skieur pour ce même parcours ?

5- Que vaut, dans ce cas, la somme des travaux de toutes les forces s'exerçant sur le skieur ?

Réponse :

………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Application n°3 : Exercice n° 3 ; Série n° 2

Une voiture de masse $1{,}5t$ *roule à une vitesse constante* V *sur un sol horizontal.*

1- *Faites le bilan des forces qu'elle subit et précisez quelles forces font un travail moteur, un travail résistant et celle qui font un travail nul.*

2- *La force de frottement vaut* $1800\ N$. *Calculez le travail du poids et de la force motrice sur un trajet de* $10km$.

Reprenez l'exercice en supposant que la voiture monte un col avec une pente de 10%.

Réponse :

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

....
....
....
....
....
....

Application n°4 : Exercice n° 4 ; Série n°2

Une automobile de masse $1100kg$ *roule à vitesse constante sur un tronçon rectiligne de* $2km$ *, puis monte une pente de* 8% *pendant* $1500m$ *. On supposera que les forces de frottement qui s'opposent au déplacement gardent une valeur constante de* $1850N$ *tout au long du trajet.*

1- Calculez le travail du poids sur le trajet complet.

2- Calculez le travail de la force de frottement sur le trajet complet

Réponse :

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

II- Puissance d'une force :

Définition :

On définit la puissance $\mathcal{P}$ d'une force $\vec{F}$ par :

$$\boxed{\mathcal{P} = \frac{W}{\Delta t}} \quad (W \equiv J.s^{-1})$$

Avec :

W : Travail de la force $\vec{F}$ exprimé en Joule (J) ;

Δt : Durée nécessaire pour réaliser ce travail exprimée en seconde (s) .

Remarque :

- L'unité de la puissance dans le système international des unités (SI) est le Watt (W)
- On a : $\mathcal{P} = \frac{W}{\Delta t}$

et on sait que : $W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB}$

Donc : $\mathcal{P} = \frac{\vec{F}.\overrightarrow{AB}}{\Delta t} = \vec{F}.\frac{\overrightarrow{AB}}{\Delta t}$

Et comme : $\vec{V} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\Delta t}$

Alors : $\mathcal{P} = \vec{F}.\vec{V}$

$\Rightarrow \mathcal{P} = F.V.\cos(\alpha)$

Avec : $\alpha = (\vec{F}.\vec{V})$: l'angle entre les vecteurs $\vec{F}$ et $\vec{V}$.

- La puissance d'une force est une grandeur algébrique (positive ou négative).

Application n°5 : Exercice n° 5 ; Série n° 2

Soit un skieur tracté par une perche faisant un angle $\beta = 22°$ avec la pente . Le skieur s'élève d'un point A vers un point B distant de $350m$. La piste est supposée plane et faisant un angle $\alpha = 25°$ avec l'horizontale . Le poids du skieur est de $750N$ et il avance à vitesse constante de $7,2km/h$. La force $\vec{F}$ exercée par la perche sur le skieur est $370N$. La piste exerce sur le skieur une force de frottement constante noté $\vec{f}$ d'intensité $25,71N$.

1) Exprimer , en fonction de la norme du vecteur considéré , le travail de toutes les forces s'exerçant sur le skieur .
2) Calculer ces travaux .
3) Calculer la puissance $\mathcal{P}_{\vec{F}}$ de la force exercée par la perche .
4) Pourquoi le skieur peut-il être considéré comme pseudo-isolé ? .

Réponse :

II- Puissance et travail d'une force de moment constant exercée sur un solide en rotation autour d'un axe fixe:

Rappel : Le moment d'une force $\vec{F}$ par rapport à l'axe de rotation (Δ) est définit par :

$$\boxed{\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = \pm F.d}$$

$(N.m)$ (N) (m)

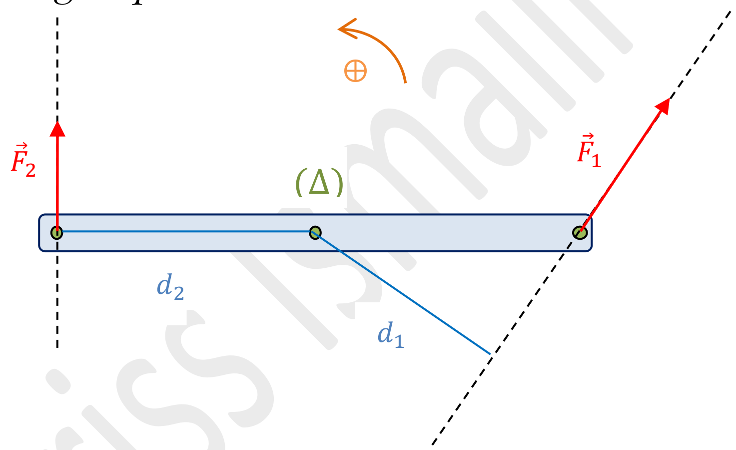
Avec :

F : l'intensité de la force $\vec{F}$;

d : la distance entre l'axe (Δ) et la projection orthogonale sur la ligne d'action de la force $\vec{F}$.

Exemple :

On considère le montage expérimental suivant :



On a :

$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_1) = +F_1.d_1$

$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_2) = -F_2.d_2$

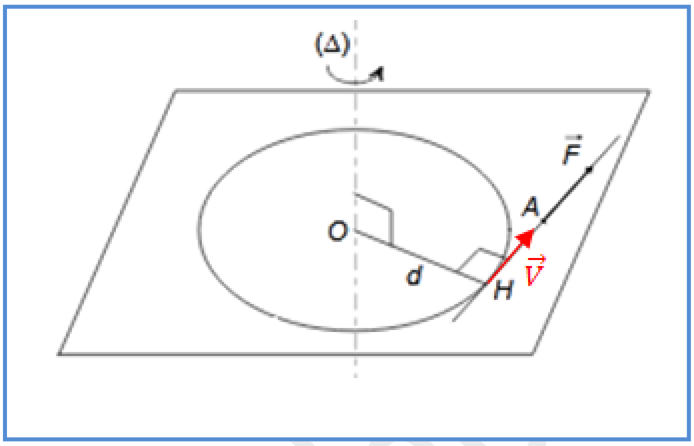
$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}) = 0$

$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) = 0$

Remarque :

- Le moment de la force $\vec{R}$ appliquée par l'axe de rotation (Δ) est toujours nul $(\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) = 0)$, car la ligne d'action de la force $\vec{R}$ coupe l'axe de rotation (Δ).
- Le moment du poids $\vec{P}$ est nul $(\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}) = 0)$ si l'axe de rotation (Δ) passe par le centre d'inertie G du corps solide en rotation.

5) Puissance d'une force de moment constant :



On sait que : $\mathcal{P} = \vec{F}.\vec{V}$

$\Longrightarrow \mathcal{P} = F.V.\cos(0) = F.V$

Et comme : $V = R.\omega$

Alors : $\mathcal{P} = F.R.\omega$

D'autre part,

$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = +F.d = +F.R$

D'où :

$$\boxed{\mathcal{P} = \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}).\omega}$$

6) Travail d'une force de moment constant :

On sait que : $\mathcal{P} = \frac{W}{\Delta t}$

$\Longrightarrow \quad W = \mathcal{P}.\Delta t$

Et comme : $\mathcal{P} = \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}).\omega$

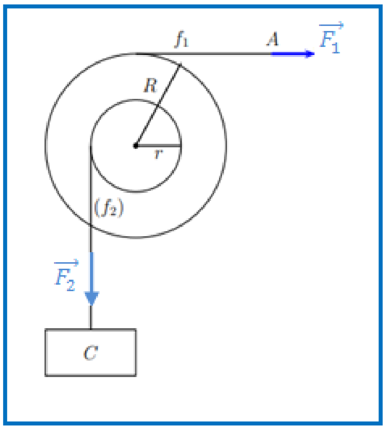
Alors : $W = \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}).\omega.\Delta t$

Et on sait que : $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

$\Longrightarrow \quad \Delta\theta = \omega.\Delta t$

D'où : $\boxed{W = \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}).\Delta\theta}$

Application n° 6 : Exercice n° 6 ; Série n° 2



On soulève un corps solide (S) de masse $m = 2kg$ à vitesse constante $v = 2m/s$ à l'aide du dispositif ci-contre et qui est constitué de :

* Poulie à deux gorge de rayon $= 10cm$, $r = 4cm$

* f_1 et f_2 deux fils enroulés chacun sur une gorge , les frottements étant négligeables .

1) Calculer l'intensité de la force $\vec{F_1}$ exercée par le fil f_1 .

2) Calculer les travaux et les puissances des deux forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ lorsque la poulie fait un tour complet .

Réponse :