EXERCICE 1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2-4x+3}{x-1} \ ; \ x \neq 1 \\ f(1) = -2 \end{cases}$$

Montrer que f est continue en $x_0 = 1$

EXERCICE 2

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{2x^2+3x-2}{3x^2+4x-4} \; ; \; x\neq -2 \\ f(-2)=\dfrac{5}{8} \end{cases}$

1. Déterminer D_f, le domaine de définition de f.
2. Montrer que f est continue en $x_0=-2$

EXERCICE 3

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{3x^3-5x^2-x+3}{2x^3-5x+3} \; ; \; x_0 \neq 1 \\ f(1) = -2 \end{cases}$

Montrer que f est continue en $x_0=1$

EXERCICE 4

Soit f la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{3x^2-4x-4}{x^2-x-2} \; ; x<2 \\ f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{\sqrt{x+2}-2} \; ; x>2 \\ f(2)=\dfrac{8}{3} \end{cases}$$

1. Déterminer D_f, le domaine de définition de f
2. Montrer que f est continue en $x_0=2$
3. Étudier la continuité de f sur D_f.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{1+\sin^2(x)}-1}{x^2} \; ; \; x>0 \\ f(x)=\dfrac{\cos(x)-1}{x}+a \; ; \; x<0 \\ f(0)=b \end{cases}$$

1- Déterminer les valeurs de a et b pour que f soit continue en $x_0=0$

2- On suppose que $a=b=\frac{1}{2}$

Étudier la continuité de f sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE 7

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = x\cos\left(\frac{1}{x}\right) \; ; \; x<0 \\ f(x) = \dfrac{1 - x + \sin(x) - \cos(x)}{x} \; ; \; x>0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

Montrer que f est continue en $x_0 = 0$

EXERCICE 18

رِبَّيَانِي صَغِيراً

1- Montrer que l'équation $x^3 + x - 1 = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $]0;1[$

2- En utilisant la méthode de dichotomie, donner un encadrement de α d'amplitude 0,25.

3- Montrer que : $\alpha = \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\alpha}$

EXERCICE 20

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

1- Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2- a- Calculer $f'(x)$, pour tout $x \in \mathbb{R}$

b- Dresser le tableau de variations de f

c- Déterminer $f(]-\infty;0])$; $f([0;2])$ et $f([0;3])$

3- a- Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet exactement trois solutions α ; β et γ tels que : $\alpha < 0$; $0 < \beta < 2$ et $\gamma > 0$

b- Étudier le signe f sur $\mathbb{R}$

4- Montrer que l'équation $f(x)=2$ admet une solution unique λ sur $\mathbb{R}$ et vérifier que $\lambda \in]3;4[$