# EXERCICE I

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x} - \sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x}$
2. $\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt[3]{x-1}-1}{\sqrt{x-1}-1}$
3. $\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{x}-1}$
4. $\lim_{x\to+\infty} \sqrt[3]{x^3 - x - 1} - 2x - 1$

# EXEERCICE II

Soit $f$ une fonction continue sur l'intervalle $[a, b]$ et à valeurs dans l'intervalle $[a, b]$ $(\forall x \in [a, b]; f(x) \in [a, b])$

Montrer que la fonction $f$ admet au moins un point fixe

(c-à-d: $(\exists c \in [a, b]); f(c) = 0)$

# EXERCICE III

On considère la fonction $f$ definie sur $I = [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ par :

$$f(x) = x^2 - xsin(x) - cos(x)$$

1. Montrer que $f$ est strictement croissante sur $I$.
2. Montrer qu'il existe un unique réel $\alpha$ de l'intervalle $I$ tel que :$f(\alpha) = 0$.
3. A quel des intervalles$]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}[$ et $]\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}[$ appartientt-il le réel $\alpha$ ? Justifier la réponse.
4. Donner le tableau de signe de la fonction $f$ sur $I$.

## EXERCICE IV

Soit $f$ la fonction définie sur $\Re$ par : $f(x) = x^3 + x$.

1. Montrer que la fonction $f$ admet une fonction réciproque $g$ définie sur un intervalle $J$ à déterminer .
2. Dresser le tableau de variations de la fonction $g$.
3. $(\forall x \in \Re)$ $(g(x))^3 + g(x) = x$.
4. Montrer que pour tout x $\in \Re^+$ : $g(x) \leq x$
   puis calculer la limite : $\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{(g(x))^3}$.

## EXERCICE V

Simplifier les nombres suivants :

A=$\frac{\sqrt{18}\times\sqrt{\sqrt[3]{256}}\times\sqrt[4]{64}}{\sqrt[3]{1024}\times\sqrt[6]{64\times10^6}}$ ; B=$\frac{\sqrt[15]{3}\times\sqrt[3]{9}\times(\sqrt{9})^3}{\sqrt[4]{27}\times\sqrt{\sqrt{3}}}$ ; C=$\frac{\sqrt[4]{2048}\times\sqrt[4]{160000}}{\sqrt[8]{4096}\times\sqrt[3]{\sqrt{256}\times\sqrt{512}}}$

## Exercice 5 :

Soit $f$ la fonction numérique d'une variable réelle $x$ définie par: $f(x)=\sqrt[3]{2x^2-x^3}$ .

①- Déterminer $D_f$ , puis calculer $\lim_{x\mapsto-\infty} f(x)$ .

③ - Etudier la dérivabilité de f en 2 à gauche et en 0 et interpréter le résultat graphiquement.

④ - Calculer $f'(x)$ pour tout $x\in D_f-\{0,2\}$ , puis Dresser le tableau de variation de f.

⑥ - Soit $g$ la restriction de $f$ à l'intervalle $I=\left[0;\frac{4}{3}\right]$.

Montrer que $g$ réalise une bijection de $I$ sur un intervalle J à déterminer. et calculer $\left(g^{-1}\right)'(1)$