Exercice n°01 : (1,5 pts)

✓ On pose : $x = \arctan(\sqrt{2})$.

0,5   1. Vérifier que : $0 < \pi - 2x < \frac{\pi}{2}$.

0,5   2. Calculer $\tan(\pi - 2x)$, puis en déduire que :

0,5 $$\arctan(2\sqrt{2}) + 2\arctan(\sqrt{2}) = \pi .$$

Exercice n°02 : (3,5 pts)

✓ On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(0) = 2 \text{ et } (\forall x \in \mathbb{R}^*), f(x) = x^3 - 4x + 2 + x\cos\left(\frac{\pi}{x}\right).$$

1,5   3. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, puis montrer que f est continue en $x_0 = 0$.

1   4. Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$.

1   5. Montrer que : $(\exists \alpha \in]0,1[), f(\alpha + 1) = f(\alpha)$.

- **Exercice n°03 : (3,5 pts)**

✓ On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \arctan(x-1) + \arctan x + \arctan(x+1).$$

1,25 6. Montrer que f est une bijection de $\mathbb{R}$ dans un intervalle J que l'on déterminera .

1,25 7. En déduire que l'équation $(E) : f(x) = \frac{\pi}{2}$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et que $\alpha \in]0,1[$.

1 8. Donner la valeur précise de α .

- **Exercice n°04 : (5,5 pts)**

✓ On considère la fonction f définie sur $I = \left]\frac{2}{\pi} - 1, +\infty\right[$ par :

$$f(x) = \tan\left(\frac{1}{x+1}\right).$$

1,5 9. Montrer que f est continue et strictement décroissante sur I .

1,5 10. Montrer que l'équation $(E) : f(x) = x$ admet une solution unique α dans I et que $\alpha \in]0,1[$.