

Pts	Exercice 1 : 5 pts
1	1) Montrer que la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^3+x^2-12}{2x-4} & x \neq 2 \\ f(2) = b \end{cases}$ Déterminer la valeur b de pour que f soit continue en 2
2	2) Calculer les limites suivants : $\lim_{+\infty} \sqrt[3]{x^3 - 2x} - 3x$; $\lim_{2^+} \frac{\sqrt[3]{x-2}}{\sqrt{x-2}}$
2	3) a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2x^2 + 3x - 5 = 0$ b) En déduire les solutions dans \mathbb{R} l'équation : $(E_1) : \sqrt[3]{8x^2 - 16x + 8} + 3\sqrt[3]{x} - 5 = 0$
Exercice 2 : 6 pts	
	Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 2$
1	1) Calculer $f(1)$; $\lim_{+\infty} f(x)$ et $\lim_{+\infty} f'(x)$
1,5	2) a) Calculer : $f'(x) \forall x \in \mathbb{R}$ b) Déterminer les variations de la fonction f sur \mathbb{R}
1,5	3) Montrer que : l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]1; +\infty[$ et que $1 < \alpha < 2$
1	4) Donner un encadrement de la solution α d'amplitude 0.5
Exercice 3 : 9 pts	
	Soit f la fonction définie par : $f(x) = x + 5 - 4\sqrt{x-1}$
1	1) Déterminer D_f et calculer $\lim_{+\infty} f(x)$
1	2) Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite du point 1 et donner l'interprétation géométrique du résultat obtenu.
1	3) a) Montrer que $f'(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x-1}(\sqrt{x-1}+2)}$ pour tout $x \in]1; +\infty[$
1	c) Déduire les variations de la fonction f sur D_f
1	4) Donner une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse 10
1	5) Soit g la restriction de f sur $]5; +\infty[$
1	a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer
1,5	b) Déterminer la monotonie de g^{-1} et Calculer $g(10)$ et $g(17)$ puis déduire $g^{-1}([3; 6])$
1	c) Montrer que g^{-1} est dérivable au point 3 et calculer $(g^{-1})'(3)$
0,5	d) calculer $g^{-1}(\sqrt{30} + 5 - 4\sqrt{\sqrt{30} - 1})$

Pts	Exercice 1 : 5 pts
1	1) Montrer que la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^3+x^2-12}{2x-4} & x \neq 2 \\ f(2) = b \end{cases}$ Déterminer la valeur b de pour que f soit continue en 2
2	2) Calculer les limites suivants : $\lim_{+\infty} \sqrt[3]{x^3 - 2x} - 3x$; $\lim_{2^+} \frac{\sqrt[3]{x-2}}{\sqrt{x-2}}$
2	3) a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2x^2 + 3x - 5 = 0$ b) En déduire les solutions dans \mathbb{R} l'équation : $(E_1) : \sqrt[3]{8x^2 - 16x + 8} + 3\sqrt[3]{x} - 5 = 0$
Exercice 2 : 6 pts	
	Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 2$
1	1) Calculer $f(1)$; $\lim_{+\infty} f(x)$ et $\lim_{+\infty} f'(x)$
1,5	2) a) Calculer : $f'(x) \forall x \in \mathbb{R}$ b) Déterminer les variations de la fonction f sur \mathbb{R}
1,5	3) Montrer que : l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]1 ; +\infty[$ et que $1 < \alpha < 2$
1	4) Donner un encadrement de la solution α d'amplitude 0.5
Exercice 3 : 9 pts	
	Soit f la fonction définie par : $f(x) = x + 5 - 4\sqrt{x-1}$
1	1) Déterminer D_f et calculer $\lim_{+\infty} f(x)$
1	3) Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite du point 1 et donner l'interprétation géométrique du résultat obtenu.
1	3) a) Montrer que $f'(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x-1}(\sqrt{x-1}+2)}$ pour tout $x \in]1 ; +\infty[$
1	c) Déduire les variations de la fonction f sur D_f
1	4) Donner une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse 10
1	5) Soit g la restriction de f sur $]5 ; +\infty[$
1	a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer
1,5	b) Déterminer la monotonie de g^{-1} et Calculer $g(10)$ et $g(17)$ puis déduire $g^{-1}([3 ; 6])$
1	c) Montrer que g^{-1} est dérivable au point 3 et calculer $(g^{-1})'(3)$
0,5	d) calculer $g^{-1}(\sqrt{30} + 5 - 4\sqrt{\sqrt{30} - 1})$

Pts	Exercice 1 : 5 pts
1	1) Montrer que la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^3+x^2-12}{2x-4} & x \neq 2 \\ f(2) = b \end{cases}$ Déterminer la valeur b de pour que f soit continue en 2
2	2) Calculer les limites suivants : $\lim_{+\infty} \sqrt[3]{x^3 - 2x} - 3x$; $\lim_{2^+} \frac{\sqrt[3]{x-2}}{\sqrt{x-2}}$
2	3) a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2x^2 + 3x - 5 = 0$ b) En déduire les solutions dans \mathbb{R} l'équation : $(E_1) : \sqrt[3]{8x^2 - 16x + 8} + 3\sqrt[3]{x} - 5 = 0$
Exercice 2 : 6 pts	
	Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 2$
1	1) Calculer $f(1)$; $\lim_{+\infty} f(x)$ et $\lim_{+\infty} f'(x)$
1,5	2) a) Calculer : $f'(x) \forall x \in \mathbb{R}$ b) Déterminer les variations de la fonction f sur \mathbb{R}
1,5	3) Montrer que : l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]1; +\infty[$ et que $1 < \alpha < 2$
1	4) Donner un encadrement de la solution α d'amplitude 0.5
Exercice 3 : 9 pts	
	Soit f la fonction définie par : $f(x) = x + 5 - 4\sqrt{x-1}$
1	1) Déterminer D_f et calculer $\lim_{+\infty} f(x)$
1	3) Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite du point 1 et donner l'interprétation géométrique du résultat obtenu.
1	3) a) Montrer que $f'(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x-1}(\sqrt{x-1}+2)}$ pour tout $x \in]1; +\infty[$
1	c) Déduire les variations de la fonction f sur D_f
1	4) Donner une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse 10
1	5) Soit g la restriction de f sur $]5; +\infty[$
1	a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer
1,5	b) Déterminer la monotonie de g^{-1} et Calculer $g(10)$ et $g(17)$ puis déduire $g^{-1}([3; 6])$
1	c) Montrer que g^{-1} est dérivable au point 3 et calculer $(g^{-1})'(3)$
0,5	d) calculer $g^{-1}(\sqrt{30} + 5 - 4\sqrt{\sqrt{30} - 1})$

lim

Pts **Exercice 1 : 5 pts**

- 1) Montrer que la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^3+x^2-12}{2x-4} & x \neq 2 \\ f(2) = b \end{cases}$
- Déterminer la valeur b de pour que f soit continue en 2
- 2) Calculer les limites suivants : $\lim_{+\infty} \sqrt[3]{x^3 - 2x} - 3x$; $\lim_{2^+} \frac{\sqrt[3]{x-2}}{\sqrt{x-2}}$
- 3) a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2x^2 + 3x - 5 = 0$
b) En déduire les solutions dans \mathbb{R} l'équation :
 $(E_1) : \sqrt[3]{8x^2 - 16x + 8} + 3\sqrt[3]{x} - 5 = 0$

Exercice 2 : 6 pts

- Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 2$
- 1) Calculer $f(1)$; $\lim_{+\infty} f(x)$ et $\lim_{+\infty} f'(x)$
- 2) a) Calculer : $f'(x) \forall x \in \mathbb{R}$
b) Déterminer les variations de la fonction f sur \mathbb{R}
- 3) Montrer que : l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[1 ; +\infty[$ et que $1 < \alpha < 2$
- 4) Donner un encadrement de la solution α d'amplitude 0.5

Exercice 3 : 9 pts

- Soit f la fonction définie par : $f(x) = x + 5 - 4\sqrt{x-1}$
- 1) Déterminer D_f et calculer $\lim_{+\infty} f(x)$
- 3) Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite du point 1 et donner l'interprétation géométrique du résultat obtenu.
- 3) a) Montrer que $f'(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x-1}(\sqrt{x-1}+2)}$ pour tout $x \in]1 ; +\infty[$
c) Déduire les variations de la fonction f sur D_f
- 4) Donner une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse 10
- 5) Soit g la restriction de f sur $[5 ; +\infty[$
- a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer
- b) Déterminer la monotonie de g^{-1} et Calculer $g(10)$ et $g(17)$ puis déduire $g^{-1}([3 ; 6])$
- c) Montrer que g^{-1} est dérivable au point 3 et calculer $(g^{-1})'(3)$
- d) calculer $g^{-1}(\sqrt{30} + 5 - 4\sqrt{\sqrt{30} - 1})$

Exercice 1 (8 points)

1) Soit f la fonction définie sur R par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x+a}{x-2} & \text{si } x > 2 \\ \frac{3x-b}{3} & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$

Déterminer a et b tel que f continues-en $x_0 = 2$

2) Résoudre Dans R les équations suivantes

a) $\sqrt[3]{x^2+2} > 3$

b) $\sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{1+x} = 2$

3) Simplifier le nombre suivant : $A = \frac{\sqrt[5]{1024} \times \sqrt[3]{32}}{\sqrt[5]{64} \times \sqrt[3]{4}}$

4) Calculer les limites suivantes

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x+2}-2}{x-3}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+4x^2} - x$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+7x^2} - 2x$

5) Déterminer la Dérivée de la fonction f tel que $f(x) = \sqrt[3]{x^2+5x+2}$

Exercice 2 (4.5 points)

On considérant la fonction définie sur R par $f(x) = x^3 - 3x - 1$

1) Etudier la variation de f sur R

2) Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $1 < \alpha < 2$

3) Montrer que $\alpha = \frac{1}{\alpha^2-3}$ et que $\alpha = \sqrt[3]{1+3\alpha}$

4) Soit g la restriction de f sur $I =]1; +\infty[$

a) Montrer que g admet une fonction Réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à Déterminer

b) Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 est que $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{3(\alpha^2-1)}$

Exercice 3 (7.5 points)

Soient g la fonction Définie par $g(x) = x - 2\sqrt{x-1}$

1) Déterminer le domaine de définition de f

2) Etudier la continuité de g sur $]1; +\infty[$

3) Etudier la dérivabilité de g Droite en 1 et interpréter géométriquement le résultat

4) Etudier la dérivabilité de g sur $]1; +\infty[$ Déterminer g' pour tout $x \in]1; +\infty[$

5) Etudier la variation de g sur $]1; +\infty[$

6) Soit h la restriction de g sur $I = [2; +\infty[$

a) Montrer que h admet une fonction Réciproque h^{-1} Définie sur un intervalle J à Déterminer

b) Vérifier que $h(x) = (\sqrt{x-1} - 1)^2$ Et Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$

3) $A = \frac{\sqrt[5]{5 \sqrt[3]{1024}} \cdot \sqrt[3]{32}}{\sqrt[5]{64} \cdot \sqrt[3]{4}}$

$= \frac{\sqrt[5]{1024} \cdot \sqrt[3]{25}}{\sqrt[5]{1024} \cdot \sqrt[3]{25}}$

$= \frac{5 \sqrt[5]{26} \cdot \sqrt[3]{2^2}}{10 \sqrt[5]{2^{10}} \cdot \sqrt[3]{2^5}}$

$= \frac{5 \sqrt[5]{2^6} \cdot \sqrt[3]{2^2}}{2 \times 2^{6/5} \cdot 2^{2/3}}$

3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x+2} - 2}{x-3}$

$= \frac{2^{1+5/3}}{2^{6/5+2/3}} = \frac{2^{8/3}}{2^{28/15}} = 2^{8/3 - 28/15} = 2^{4/5} = \sqrt[5]{2^4}$

Exercice 1 (8 points)

- 1) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x+a}{x-2} & \text{si } x > 2 \\ \frac{3x-b}{4} & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$
 Déterminer a et b tel que f continues-en $x_0 = 2$
- 2) Résoudre Dans \mathbb{R} les équations suivantes
 a) $\sqrt{x^2+2} > 3$ b) $\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} = 2$
- 3) Simplifier le nombre suivant : $A = \frac{\sqrt[3]{1024} \times \sqrt[3]{32}}{\sqrt{64} \times \sqrt{4}}$
- 4) Calculer les limites suivantes
 a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x+2}-2}{x-3}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3+4x^2}-x$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3+7x^2}-2x$
- 5) Déterminer la Dérivée de la fonction f tel que $f(x) = \sqrt{x^2+5x+2}$

Exercice 2 (4.5 points)

- On considérant la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x - 1$
- 1) Etudier la variation de f sur \mathbb{R}
- 2) Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $1 < \alpha < 2$
- 3) Montrer que $\alpha = \frac{1}{\alpha^2-1}$ et que $\alpha = \sqrt[3]{1+3\alpha}$
- 4) Soit g la restriction de f sur $I =]1; +\infty[$
 a) Montrer que g admet une fonction Réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à Déterminer
 b) Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 est que $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{3(\alpha^2-1)}$

Exercice 3 (7.5 points)

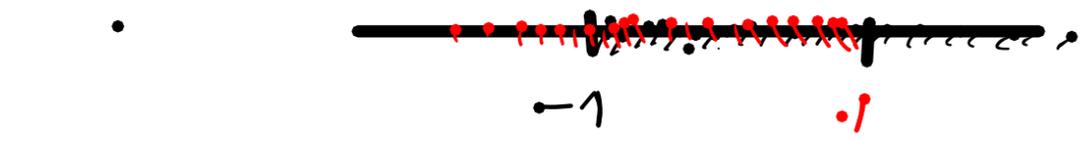
- Soient g la fonction Définie par $g(x) = x - 2\sqrt{x-1}$
- 1) Déterminer le domaine de définition de f
- 2) Etudier la continuité de g sur $]1; +\infty[$
- 3) Etudier la dérivabilité de g Droite en 1 et interpréter géométriquement le résultat
- 4) Etudier la dérivabilité de g sur $]1; +\infty[$ Déterminer g' pour tout $x \in]1; +\infty[$
- 5) Etudier la variation de g sur $]1; +\infty[$
- 6) Soit h la restriction de g sur $I =]2; +\infty[$
 a) Montrer que h admet une fonction Réciproque h^{-1} Définie sur un intervalle J à Déterminer
 b) Vérifier que $h(x) = (\sqrt{x-1} - 1)^2$ Et Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$

ⓑ $\sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{1+x} = 2$

Rappel

$D_E = \{ x \in \mathbb{R} / 1-x \geq 0 \text{ et } 1+x \geq 0 \}$
 $= \{ x \in \mathbb{R} / x \leq 1 \text{ et } x \geq -1 \}$
 $= [-1, 1]$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$



Soit $x \in [-1, 1]$

(E) : $\sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{1+x} = 2$ Méthode

$\Leftrightarrow (\sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{1+x})^3 = 2^3$
 $\Leftrightarrow 1-x + 3\sqrt[3]{1-x}^2(\sqrt[3]{1+x}) + 3\sqrt[3]{1+x}^2(\sqrt[3]{1-x}) + 1+x = 8$
 $\Leftrightarrow 2 + 3\sqrt[3]{1-x}^2 \cdot \sqrt[3]{1+x} + 3\sqrt[3]{1+x}^2 \cdot (\sqrt[3]{1-x}) - 8 = 0$
 $\Leftrightarrow \sqrt[3]{1-x} \cdot \sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1+x} \cdot \sqrt[3]{1-x} - 2 = 0$

⋮

Exercice 1 (8 points)

- 1) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x+a}{x-2} & \text{si } x > 2 \\ \frac{3x-b}{3} & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$
 Déterminer a et b tel que f continues-en $x_0 = 2$
- 2) Résoudre Dans \mathbb{R} les équations suivantes
 a) $\sqrt[3]{x^2+2} > 3$ b) $\sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{1+x} = 2$
- 3) Simplifier le nombre suivant : $A = \frac{\sqrt[5]{1024} \times \sqrt[3]{32}}{\sqrt{64} \times \sqrt[4]{4}}$
- 4) Calculer les limites suivantes
 a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x+2}-2}{x-3}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+4x^2} - x$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+7x^2} - 2x$
- 5) Déterminer la Dérivée de la fonction f tel que $f(x) = \sqrt{x^2+5x+2}$

Exercice 2 (4.5 points)

On considérant la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x - 1$

- 1) Etudier la variation de f sur \mathbb{R}
- 2) Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $1 < \alpha < 2$
- 3) Montrer que $\alpha = \frac{1}{\alpha^2-3}$ et que $\alpha = \sqrt[3]{1+3\alpha}$
- 4) Soit g la restriction de f sur $I =]1; +\infty[$
 a) Montrer que g admet une fonction Réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à Déterminer
 b) Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 est que $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{3(\alpha^2-1)}$

Exercice 3 (7.5 points)

Soient g la fonction Définie par $g(x) = x - 2\sqrt{x-1}$

- 1) Déterminer le domaine de définition de f
- 2) Etudier la continuité de g sur $]1; +\infty[$
- 3) Etudier la dérivabilité de g Droite en 1 et interpréter géométriquement le résultat
- 4) Etudier la dérivabilité de g sur $]1; +\infty[$ Déterminer g' pour tout $x \in]1; +\infty[$
- 5) Etudier la variation de g sur $]1; +\infty[$
- 6) Soit h la restriction de g sur $I =]2; +\infty[$
 a) Montrer que h admet une fonction Réciproque h^{-1} Définie sur un intervalle J à Déterminer
 b) Vérifier que $h(x) = (\sqrt{x-1} - 1)^2$ Et Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$

⑥ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+4x^2} - x$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt[3]{x^3+4x^2} - x)(\sqrt{x^3+4x^2} + x\sqrt{x^3+4x^2} + x^2)}{(\sqrt[3]{x^3+4x^2})^2 + x\sqrt[3]{x^3+4x^2} + x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3+4x^2} - x^3}{\underbrace{(\sqrt[3]{x^3+4x^2})^2 + x\sqrt[3]{x^3+4x^2} + x^2}_A}$$

avec $A = \dots$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3+4x^2 - x^3}{A}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2}{\sqrt[3]{x^3+4x^2}^2 + x\sqrt[3]{x^3+4x^2} + x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2}{(\sqrt[3]{x^3(1+4/x)})^2 + x\sqrt[3]{x^3(1+4/x)} + x^2}$$

=

ExR02

<u>Exercice 1 (8 points)</u>	
1	1) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par Déterminer a et b tel que f
2	2) Résoudre Dans \mathbb{R} les équations a) $\sqrt{x^2+2} > 3$
1	3) Simplifier le nombre suivant : $A =$
3	4) Calculer les limites suivantes a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x+2}-2}{x-3}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3+7x^2-2x}$
1	5) Déterminer la Dérivée de la fonction f tel que $f(x) = \sqrt{x^2+5x+2}$
<u>Exercice 2 (4.5 points)</u>	
On considérant la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x - 1$	
1.5	1) Etudier la variation de f sur \mathbb{R}
0.5	2) Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $1 < \alpha < 2$
0.75	3) Montrer que $\alpha = \frac{1}{\alpha^2-3}$ et que $\alpha = \sqrt[3]{1+3\alpha}$
0.75	4) Soit g la restriction de f sur $I =]1; +\infty[$ a) Montrer que g admet une fonction Réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à Déterminer
1	b) Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 est que $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{3(\alpha^2-1)}$
<u>Exercice 3 (7.5 points)</u>	
Soient g la fonction Définie par $g(x) = x - 2\sqrt{x-1}$	
0.5	1) Déterminer le domaine de définition de f
1	2) Etudier la continuité de g sur $]1; +\infty[$
1.5	3) Etudier la dérivabilité de g Droite en 1 et interpréter géométriquement le résultat
1	4) Etudier la dérivabilité de g sur $]1; +\infty[$ Déterminer g' pour tout $x \in]1; +\infty[$
1	5) Etudier la variation de g sur $]1; +\infty[$
1	6) Soit h la restriction de g sur $I =]2; +\infty[$ a) Montrer que h admet une fonction Réciproque h^{-1} Définie sur un intervalle J à Déterminer
1.5	b) Vérifier que $h(x) = (\sqrt{x-1} - 1)^2$ Et Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$



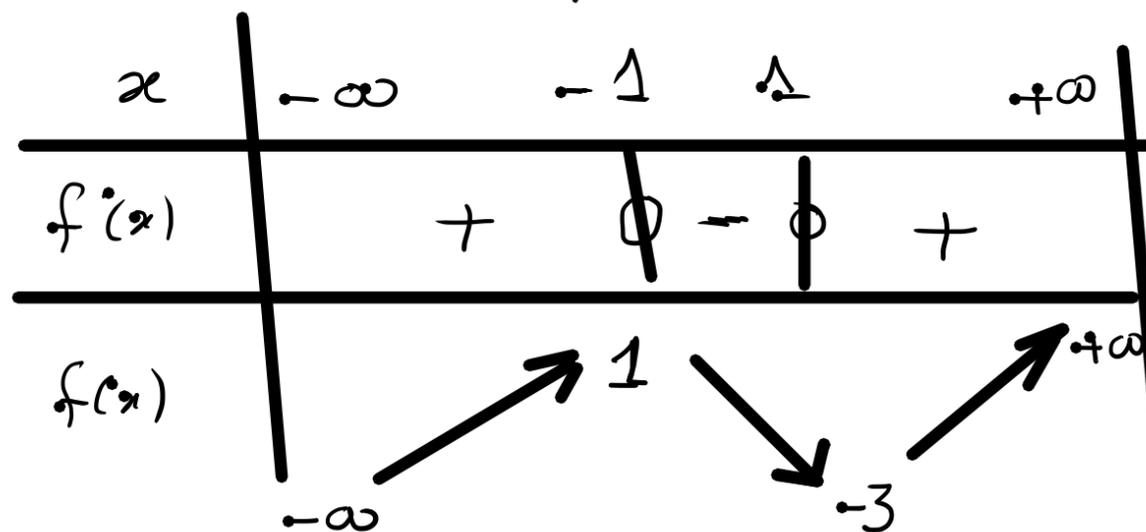
1) f est dérivable sur \mathbb{R} (car F.P)

donc $(\forall x \in \mathbb{R}) f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -1$$



\rightarrow On a la fonction $x \mapsto x^3 - 3x - 1$
est continue sur \mathbb{R}

en particulier f est continue sur $[1, 2]$

et on a f est croissant sur $[1, 2]$ (T.v)

Exercice 1 (8 points)	
1	1) Soit f la fonction définie par $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x - 1$. Déterminer a et b tels que $f(x) > 0$ sur $]a, b[$.
2	2) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes : a) $\sqrt{x^2 + 2} > x + 2$
1	3) Simplifier le nombre suivant : $\sqrt[3]{27} - \sqrt{16}$
3	4) Calculer les limites suivantes : a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+2} - 2}{x-3}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2x^2 - 2}$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3 + 7x^2} - 2x$
1	5) Déterminer la Dérivée de la fonction f tel que $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 2}$
Exercice 2 (4.5 points)	
On considère la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x - 1$	
1.5	1) Étudier la variation de f sur \mathbb{R}
0.5	2) Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $1 < \alpha < 2$
0.75	3) Montrer que $\alpha = \frac{1}{\alpha^2 - 3}$ et que $\alpha = \sqrt[3]{1 + 3\alpha}$
0.75	4) Soit g la restriction de f sur $I =]1; +\infty[$ a) Montrer que g admet une fonction Réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à Déterminer
1	b) Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 est que $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{3(\alpha^2 - 1)}$
Exercice 3 (7.5 points)	
Soient g la fonction Définie par $g(x) = x - 2\sqrt{x-1}$	
0.5	1) Déterminer le domaine de définition de f
1	2) Étudier la continuité de g sur $]1; +\infty[$
1.5	3) Étudier la dérivabilité de g Droite en 1 et interpréter géométriquement le résultat
1	4) Étudier la dérivabilité de g sur $]1; +\infty[$ Déterminer g' pour tout $x \in]1; +\infty[$
1	5) Étudier la variation de g sur $]1; +\infty[$
1	6) Soit h la restriction de g sur $I =]2; +\infty[$ a) Montrer que h admet une fonction Réciproque h^{-1} Définie sur un intervalle J à Déterminer
1.5	b) Vérifier que $h(x) = (\sqrt{x-1} - 1)^2$ Et Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$



$f(1) = -3$ et $f(2) = 8 - 6 - 1 = 1$
 d'où $f(1) \cdot f(2) < 0$

d'où T.V.I et comme f est croissant
 Alors : $\exists! \alpha \in]1, 2[\text{ t.q. } f(\alpha) = 0$

3) On a α solution de l'équation $f(\alpha) = 0$

$\Leftrightarrow f(\alpha) = 0$
 $\Leftrightarrow \alpha^3 - 3\alpha - 1 = 0$
 $\Leftrightarrow \alpha(\alpha^2 - 3) = 1$
 $\Leftrightarrow \alpha = \frac{1}{\alpha^2 - 3}$
 car $\alpha^2 - 3 \neq 0$

$f(\alpha) = 0 \mid$ On g est stricte croissant
 $\Leftrightarrow \alpha^3 = 3\alpha + 1$
 $\Leftrightarrow \sqrt[3]{\alpha^3} = \sqrt[3]{3\alpha + 1}$ d'où g admet une fonction réciproque
 $\Leftrightarrow \alpha = \sqrt[3]{3\alpha + 1}$ définie

4) $g = f$ sur $]1, +\infty[$
 On a g est continue sur I (car f est continue sur \mathbb{R})
 On g est stricte croissant
 sur $J = g(I) =]-3, +\infty[$

<u>Exercice 1 (8 points)</u>	
1	1) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x+a}{x-2} & \text{si } x > 2 \\ \frac{3x-b}{3} & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$ Déterminer a et b tel que f continues-en $x_0 = 2$
2	2) Résoudre Dans \mathbb{R} les équations suivantes a) $\sqrt{x^2+2} > 3$ b) $\sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{1+x} = 2$
1	3) Simplifier le nombre suivant : $A = \frac{\sqrt[5]{1024} \times \sqrt[3]{32}}{\sqrt{64} \times \sqrt[4]{4}}$
3	4) Calculer les limites suivantes a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x+2}-2}{x-3}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+4x^2}-x$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+7x^2}-2x$
1	5) Déterminer la Dérivée de la fonction f tel que $f(x) = \sqrt{x^2+5x+2}$
<u>Exercice 2 (4.5 points)</u>	
On considérant la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x - 1$	
1.5	1) Etudier la variation de f sur \mathbb{R}
0.5	2) Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $1 < \alpha < 2$
0.75	3) Montrer que $\alpha = \frac{1}{\alpha^2-3}$ et que $\alpha = \sqrt[3]{1+3\alpha}$
0.75	4) Soit g la restriction de f sur $I =]1; +\infty[$ a) Montrer que g admet une fonction Réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à Déterminer
1	b) Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 est que $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{3(\alpha^2-1)}$
<u>Exercice 3 (7.5 points)</u>	
Soient g la fonction Définie par $g(x) = x - 2\sqrt{x-1}$	
0.5	1) Déterminer le domaine de définition de f
1	2) Etudier la continuité de g sur $]1; +\infty[$
1.5	3) Etudier la dérivabilité de g Droite en 1 et interpréter géométriquement le résultat
1	4) Etudier la dérivabilité de g sur $]1; +\infty[$ Déterminer g' pour tout $x \in]1; +\infty[$
1	5) Etudier la variation de g sur $]1; +\infty[$
1	6) Soit h la restriction de g sur $I =]2; +\infty[$ a) Montrer que h admet une fonction Réciproque h^{-1} Définie sur un intervalle J à Déterminer
1.5	b) Vérifier que $h(x) = (\sqrt{x-1} - 1)^2$ Et Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$

Soit a, b tel $g(a) = b$
si g est dérivable en a
et $g'(a) \neq 0$

$$\implies (g^{-1})'(b) = \frac{1}{g'(a)}$$

ALors : g^{-1} est dérivable en b

② Mq g^{-1} est dérivable.

ona: $g(\alpha) = 0$

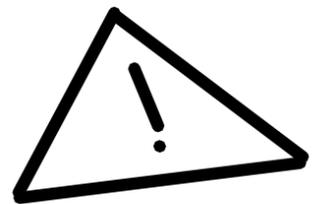
ona g est dérivable en α (F. polynome)

$$g'(x) = 3x^2 - 3$$

$$g'(\alpha) = 3\alpha^2 - 3 \neq 0$$

d'où g^{-1} est dérivable

$$(g^{-1})'(0) = \frac{1}{g'(\alpha)} = \frac{1}{3\alpha^2-3} = \frac{1}{3(\alpha^2-1)}$$



<u>Exercice 1 (8 points)</u>	
1	1) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x+a}{x-2} & \text{si } x > 2 \\ \frac{3x-b}{3} & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$ Déterminer a et b tel que f continues-en $x_0 = 2$
2	2) Résoudre Dans \mathbb{R} les équations suivantes a) $\sqrt{x^2+2} > 3$ b) $\sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{1+x} = 2$
1	3) Simplifier le nombre suivant : $A = \frac{\sqrt[5]{1024} \times \sqrt[3]{32}}{\sqrt[6]{64} \times \sqrt[4]{4}}$
3	4) Calculer les limites suivantes a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x+2}-2}{x-3}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+4x^2}-x$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+7x^2}-2x$
1	5) Déterminer la Dérivée de la fonction f tel que $f(x) = \sqrt[3]{x^2+5x+2}$
<u>Exercice 2 (4.5 points)</u>	
On considérant la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x - 1$	
1.5	1) Etudier la variation de f sur \mathbb{R}
0.5	2) Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $1 < \alpha < 2$
0.75	3) Montrer que $\alpha = \frac{1}{\alpha^2-3}$ et que $\alpha = \sqrt[3]{1+3\alpha}$
0.75	4) Soit g la restriction de f sur $I =]1; +\infty[$ a) Montrer que g admet une fonction Réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à Déterminer
1	b) Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 est que $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{3(\alpha^2-1)}$
<u>Exercice 3 (7.5 points)</u>	
Soient g la fonction Définie par $g(x) = x - 2\sqrt{x-1}$	
0.5	1) Déterminer le domaine de définition de f
1	2) Etudier la continuité de g sur $]1; +\infty[$
1.5	3) Etudier la dérivabilité de g Droite en 1 et interpréter géométriquement le résultat
1	4) Etudier la dérivabilité de g sur $]1; +\infty[$ Déterminer g' pour tout $x \in]1; +\infty[$
1	5) Etudier la variation de g sur $]1; +\infty[$
1	6) Soit h la restriction de g sur $I =]2; +\infty[$ a) Montrer que h admet une fonction Réciproque h^{-1} Définie sur un intervalle J à Déterminer
1.5	b) Vérifier que $h(x) = (\sqrt{x-1} - 1)^2$ Et Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$

$$1) D_f = \{x \in \mathbb{R} / x-1 \geq 0\} \\ = [1, +\infty[$$

2) On a : la fonction $x \rightarrow x$ est continue (F.P) en particulier continue sur $[1, +\infty[$ et la fonction $x \rightarrow x-1$ est continue et positive sur $[1, +\infty[$

d'où $x \rightarrow 2\sqrt{x-1}$ est continue sur $[1, +\infty[$

d'où f est continue sur $[1, +\infty[$ (somme de 2 fonctions continues.)

$$3) \lim_{1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x-1}$$



$$= \lim_{1^+} \frac{x - 2\sqrt{x-1} - 1}{x-1} = \lim_{1^+} \frac{x-1}{x-1} - \frac{2\sqrt{x-1}}{x-1} \\ = \lim_{1^+} 1 - \frac{2(x-1)}{(x-1)\sqrt{x-1}}$$

<u>Exercice 1 (8 points)</u>	
1	1) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x+a}{x-2} & \text{si } x > 2 \\ \frac{3x-b}{3} & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$ Déterminer a et b tel que f continues-en $x_0 = 2$
2	2) Résoudre Dans \mathbb{R} les équations suivantes a) $\sqrt[3]{x^2+2} > 3$ b) $\sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{1+x} = 2$
1	3) Simplifier le nombre suivant : $A = \frac{\sqrt[5]{1024} \times \sqrt[3]{32}}{\sqrt[6]{64} \times \sqrt[4]{4}}$
3	4) Calculer les limites suivantes a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x+2}-2}{x-3}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+4x^2}-x$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+7x^2}-2x$
1	5) Déterminer la Dérivée de la fonction f tel que $f(x) = \sqrt[3]{x^2+5x+2}$
<u>Exercice 2 (4.5 points)</u>	
On considérant la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x - 1$	
1.5	1) Etudier la variation de f sur \mathbb{R}
0.5	2) Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $1 < \alpha < 2$
0.75	3) Montrer que $\alpha = \frac{1}{\alpha^2-3}$ et que $\alpha = \sqrt[3]{1+3\alpha}$
0.75	4) Soit g la restriction de f sur $I =]1; +\infty[$ a) Montrer que g admet une fonction Réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à Déterminer
1	b) Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 est que $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{3(\alpha^2-1)}$
<u>Exercice 3 (7.5 points)</u>	
Soient g la fonction Définie par $g(x) = x - 2\sqrt{x-1}$	
0.5	1) Déterminer le domaine de définition de f
1	2) Etudier la continuité de g sur $]1; +\infty[$
1.5	3) Etudier la dérivabilité de g Droite en 1 et interpréter géométriquement le résultat
1	4) Etudier la dérivabilité de g sur $]1; +\infty[$ Déterminer g' pour tout $x \in]1; +\infty[$
1	5) Etudier la variation de g sur $]1; +\infty[$
1	6) Soit h la restriction de g sur $I =]2; +\infty[$ a) Montrer que h admet une fonction Réciproque h^{-1} Définie sur un intervalle J à Déterminer
1.5	b) Vérifier que $h(x) = (\sqrt{x-1} - 1)^2$ Et Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - \frac{2(x-1)}{(\cancel{x-1})\sqrt{x-1}} \quad \pm \infty \quad \uparrow \downarrow$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - \frac{2}{\sqrt{x-1}}$$

$$= 1 - \frac{2}{0^+} = -\infty$$

D'où f n'est pas dérivable
à droite de 1

interprétation

(cf) admet une demi tangente
verticale dirigée vers le bas
à droite du point d'abscisse 1

4) (la même chose pour la continuité
au lieu de positive on dit
strict et positive

<u>Exercice 1 (8 points)</u>	
1	1) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x+a}{x-2} & \text{si } x > 2 \\ \frac{3x-b}{3} & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$ Déterminer a et b tel que f continues-en $x_0 = 2$
2	2) Résoudre Dans \mathbb{R} les équations suivantes a) $\sqrt[3]{x^2+2} > 3$ b) $\sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{1+x} = 2$
1	3) Simplifier le nombre suivant : $A = \frac{\sqrt[5]{1024} \times \sqrt[3]{32}}{\sqrt[6]{4} \times \sqrt[4]{4}}$
3	4) Calculer les limites suivantes a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x+2}-2}{x-3}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+4x^2}-x$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+7x^2}-2x$
1	5) Déterminer la Dérivée de la fonction f tel que $f(x) = \sqrt[3]{x^2+5x+2}$
<u>Exercice 2 (4.5 points)</u>	
On considérant la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x - 1$	
1.5	1) Etudier la variation de f sur \mathbb{R}
0.5	2) Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $1 < \alpha < 2$
0.75	3) Montrer que $\alpha = \frac{1}{\alpha^2-3}$ et que $\alpha = \sqrt[3]{1+3\alpha}$
0.75	4) Soit g la restriction de f sur $I =]1; +\infty[$ a) Montrer que g admet une fonction Réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à Déterminer
1	b) Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 est que $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{3(\alpha^2-1)}$
<u>Exercice 3 (7.5 points)</u>	
Soient g la fonction Définie par $g(x) = x - 2\sqrt{x-1}$	
0.5	1) Déterminer le domaine de définition de f
1	2) Etudier la continuité de g sur $]1; +\infty[$
1.5	3) Etudier la dérivabilité de g Droite en 1 et interpréter géométriquement le résultat
1	4) Etudier la dérivabilité de g sur $]1; +\infty[$ Déterminer g' pour tout $x \in]1; +\infty[$
1	5) Etudier la variation de g sur $]1; +\infty[$
1	6) Soit h la restriction de g sur $I =]2; +\infty[$ a) Montrer que h admet une fonction Réciproque h^{-1} Définie sur un intervalle J à Déterminer
1.5	b) Vérifier que $h(x) = (\sqrt{x-1} - 1)^2$ Et Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$

$(\forall x > 1) f'(x) = (x)' - 2(\sqrt{x-1})'$ le signe de $g'(x)$ est le signe de $x-2$

$$= 1 - 2 \left(\frac{(x-1)'}{2\sqrt{x-1}} \right)$$

$$= 1 - \frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

$$= \frac{\sqrt{x-1} - 1}{\sqrt{x-1}}$$

$$= \frac{(\sqrt{x-1} - 1)(\sqrt{x-1} + 1)}{\sqrt{x-1}(\sqrt{x-1} + 1)}$$

$$= \frac{x-1-1}{\sqrt{x-1}(\sqrt{x-1} + 1)}$$

$$= \frac{x-2}{\sqrt{x-1}(\sqrt{x-1} + 1)}$$

	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$		↘	↗

<u>Exercice 1 (8 points)</u>	
1	1) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x+a}{x-2} & \text{si } x > 2 \\ \frac{3x-b}{3} & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$ Déterminer a et b tel que f continues-en $x_0 = 2$
2	2) Résoudre Dans \mathbb{R} les équations suivantes a) $\sqrt[3]{x^2+2} > 3$ b) $\sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{1+x} = 2$
1	3) Simplifier le nombre suivant : $A = \frac{\sqrt[5]{1024} \times \sqrt[3]{32}}{\sqrt[6]{4} \times \sqrt[4]{4}}$
3	4) Calculer les limites suivantes a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x+2}-2}{x-3}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+4x^2}-x$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+7x^2}-2x$
1	5) Déterminer la Dérivée de la fonction f tel que $f(x) = \sqrt[3]{x^2+5x+2}$
<u>Exercice 2 (4.5 points)</u>	
On considérant la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x - 1$	
1.5	1) Etudier la variation de f sur \mathbb{R}
0.5	2) Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $1 < \alpha < 2$
0.75	3) Montrer que $\alpha = \frac{1}{\alpha^2-3}$ et que $\alpha = \sqrt[3]{1+3\alpha}$
0.75	4) Soit g la restriction de f sur $I =]1; +\infty[$ a) Montrer que g admet une fonction Réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à Déterminer
1	b) Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 est que $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{3(\alpha^2-1)}$
<u>Exercice 3 (7.5 points)</u>	
Soient g la fonction Définie par $g(x) = x - 2\sqrt{x-1}$	
0.5	1) Déterminer le domaine de définition de f
1	2) Etudier la continuité de g sur $]1; +\infty[$
1.5	3) Etudier la dérivabilité de g Droite en 1 et interpréter géométriquement le résultat
1	4) Etudier la dérivabilité de g sur $]1; +\infty[$ Déterminer g' pour tout $x \in]1; +\infty[$
1	5) Etudier la variation de g sur $]1; +\infty[$
1	6) Soit h la restriction de g sur $I =]2; +\infty[$ a) Montrer que h admet une fonction Réciproque h^{-1} Définie sur un intervalle J à Déterminer
1.5	b) Vérifier que $h(x) = (\sqrt{x-1}-1)^2$ Et Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$

Déterminons $g^{-1}(x)$ $f'(x) = 3x^2 - 3$
 $f''(x) = 6x$

$$g(y) = x \iff y - 2\sqrt{y-1} = x$$

$$\iff y-1 - 2\sqrt{y-1} = x-1$$

$$\iff \underbrace{\sqrt{y-1}^2 - 2\sqrt{y-1} + 1}_{(\sqrt{y-1}-1)^2} = x-1+1 = x$$

$$\iff (\sqrt{y-1} - 1)^2 = x$$

$$\iff |\sqrt{y-1} - 1| = \sqrt{x}$$

$$\iff \sqrt{y-1} - 1 = \sqrt{x}$$

$$\iff \sqrt{y-1} = \sqrt{x} + 1$$

$$\iff y-1 = (\sqrt{x} + 1)^2$$

$$\iff y = (\sqrt{x} + 1)^2 + 1$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2}{x^2 \left(\sqrt[3]{1+4/x}^2 + \sqrt[3]{1+4/x} + 1 \right)}$$

$$= \frac{4}{1+1+1} = \frac{4}{3}$$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{x^3 + 7x^2} - 2x$

$\sqrt[3]{x^3} = x \neq 2x$ (On Factorise)

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{x^3 \left(1 + \frac{7}{x} \right)} - 2x$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt[3]{1 + \frac{7}{x}} - 2 \right)$$

(0) (-1)

$$= -\infty$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2}{\left(\sqrt[3]{x^3 \left(1 + \frac{4}{x} \right)} \right)^2 + x \sqrt[3]{x^3 \left(1 + \frac{4}{x} \right)} + x^2}$$

Exercice 1 (8 points)

- 1) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x+a}{x-2} & \text{si } x > 2 \\ \frac{3x-b}{3} & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$
 Déterminer a et b tel que f continues-en $x_0 = 2$
- 2) Résoudre Dans \mathbb{R} les équations suivantes
 a) $\sqrt[3]{x^2+2} > 3$ b) $\sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{1+x} = 2$
- 3) Simplifier le nombre suivant : $A = \frac{\sqrt[5]{1024} \times \sqrt[3]{32}}{\sqrt{64} \times \sqrt[4]{4}}$
- 4) Calculer les limites suivantes
 a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x+2}-2}{x-3}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+4x^2} - x$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+7x^2} - 2x$
- 5) Déterminer la Dérivée de la fonction f tel que $f(x) = \sqrt[3]{x^2+5x+2}$

Exercice 2 (4.5 points)

- On considérant la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x - 1$
- 1) Etudier la variation de f sur \mathbb{R}
- 2) Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $1 < \alpha < 2$
- 3) Montrer que $\alpha = \frac{1}{\alpha^2-3}$ et que $\alpha = \sqrt[3]{1+3\alpha}$
- 4) Soit g la restriction de f sur $I =]1; +\infty[$
 a) Montrer que g admet une fonction Réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à Déterminer
 b) Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 est que $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{3(\alpha^2-1)}$

Exercice 3 (7.5 points)

- Soient g la fonction Définie par $g(x) = x - 2\sqrt{x-1}$
- 1) Déterminer le domaine de définition de f
- 2) Etudier la continuité de g sur $]1; +\infty[$
- 3) Etudier la dérivabilité de g Droite en 1 et interpréter géométriquement le résultat
- 4) Etudier la dérivabilité de g sur $]1; +\infty[$ Déterminer g' pour tout $x \in]1; +\infty[$
- 5) Etudier la variation de g sur $]1; +\infty[$
- 6) Soit h la restriction de g sur $I =]2; +\infty[$
 a) Montrer que h admet une fonction Réciproque h^{-1} Définie sur un intervalle J à Déterminer
 b) Vérifier que $h(x) = (\sqrt{x-1} - 1)^2$ Et Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$

② ② $\sqrt[3]{x^2+2} > 3$

$D_I = \{x \in \mathbb{R} / x^2+2 > 27\}$
 $= \mathbb{R} \setminus (\text{car } \forall x \in \mathbb{R}, x^2+2 > 0)$

Soit $x \in \mathbb{R}$

$\sqrt[3]{x^2+2} > 3 \iff \sqrt[3]{x^2+2}^3 > 3^3$

$\iff x^2+2 > 27$

$\iff x^2 > 25$

$\iff |x| > 5$

$\iff x > 5 \text{ ou } x < -5$

$S =]-\infty, -5[\cup]5, +\infty[$

Rappel

• $|x| > a$

$\iff x > a \text{ ou } x < -a$

$x < -a$

• $|x| < a$

$\iff -a < x < a$

Exercice 1 (8 points)

- 1) Soit f la fonction définie sur R par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x+a}{x-2} & \text{si } x > 2 \\ \frac{3x-b}{3} & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$
 Déterminer a et b tel que f continues-en $x_0 = 2$
- 2) Résoudre Dans R les équations suivantes
 a) $\sqrt[3]{x^2+2} > 3$ b) $\sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{1+x} = 2$
- 3) Simplifier le nombre suivant : $A = \frac{\sqrt[5]{1024} \times \sqrt[3]{32}}{\sqrt{64} \times \sqrt[4]{4}}$
- 4) Calculer les limites suivantes
 a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x+2}-2}{x-3}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+4x^2} - x$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+7x^2} - 2x$
- 5) Déterminer la Dérivée de la fonction f tel que $f(x) = \sqrt[3]{x^2+5x+2}$

Exercice 2 (4.5 points)

- On considérant la fonction définie sur R par $f(x) = x^3 - 3x - 1$
- 1) Etudier la variation de f sur R
- 2) Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $1 < \alpha < 2$
- 3) Montrer que $\alpha = \frac{1}{\alpha^2-3}$ et que $\alpha = \sqrt[3]{1+3\alpha}$
- 4) Soit g la restriction de f sur $I =]1; +\infty[$
 a) Montrer que g admet une fonction Réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à Déterminer
 b) Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 est que $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{3(\alpha^2-1)}$

Exercice 3 (7.5 points)

- Soient g la fonction Définie par $g(x) = x - 2\sqrt{x-1}$
- 1) Déterminer le domaine de définition de f
- 2) Etudier la continuité de g sur $]1; +\infty[$
- 3) Etudier la dérivabilité de g Droite en 1 et interpréter géométriquement le résultat
- 4) Etudier la dérivabilité de g sur $]1; +\infty[$ Déterminer g' pour tout $x \in]1; +\infty[$
- 5) Etudier la variation de g sur $]1; +\infty[$
- 6) Soit h la restriction de g sur $I =]2; +\infty[$
 a) Montrer que h admet une fonction Réciproque h^{-1} Définie sur un intervalle J à Déterminer
 b) Vérifier que $h(x) = (\sqrt{x-1} - 1)^2$ Et Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$

④ a)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5x+2} - 2}{x-3}$$

$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt[3]{2x+2} - 2) (\sqrt[3]{2x+2}^2 + 2\sqrt[3]{2x+2} + 4)}{(x-3)(A)}$$

avec $A = \dots$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x+2 - 8}{(x-3)(A)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2(x-3)}{(x-3)A} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{\sqrt[3]{2x+2}^2 + 2\sqrt[3]{2x+2} + 4}$$

$$= \frac{2}{4+4+4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \checkmark$$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+4x^2} - x$

$\sqrt[3]{x^3} = x$ identité

Exercice 1 (8 points)

- 1) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x+a}{x-2} & \text{si } x > 2 \\ \frac{3x-b}{3} & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$
 Déterminer a et b tel que f continues-en $x_0 = 2$
- 2) Résoudre Dans \mathbb{R} les équations suivantes
 a) $\sqrt{x^2+2} > 3$ b) $\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} = 2$
- 3) Simplifier le nombre suivant : $A = \frac{\sqrt[5]{1024} \times \sqrt[3]{32}}{\sqrt{64} \times \sqrt[4]{4}}$
- 4) Calculer les limites suivantes
 a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{2x+2}-2}{x-3}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+4x^2} - x$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+7x^2} - 2x$
- 5) Déterminer la Dérivée de la fonction f tel que $f(x) = \sqrt[3]{x^2+5x+2}$

Exercice 2 (4.5 points)

- On considérant la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x - 1$
- 1) Etudier la variation de f sur \mathbb{R}
- 2) Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $1 < \alpha < 2$
- 3) Montrer que $\alpha = \frac{1}{\alpha^2-3}$ et que $\alpha = \sqrt[3]{1+3\alpha}$
- 4) Soit g la restriction de f sur $I =]1; +\infty[$
 a) Montrer que g admet une fonction Réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à Déterminer
 b) Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 est que $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{3(\alpha^2-1)}$

Exercice 3 (7.5 points)

- Soient g la fonction Définie par $g(x) = x - 2\sqrt{x-1}$
- 1) Déterminer le domaine de définition de f
- 2) Etudier la continuité de g sur $]1; +\infty[$
- 3) Etudier la dérivabilité de g Droite en 1 et interpréter géométriquement le résultat
- 4) Etudier la dérivabilité de g sur $]1; +\infty[$ Déterminer g' pour tout $x \in]1; +\infty[$
- 5) Etudier la variation de g sur $]1; +\infty[$
- 6) Soit h la restriction de g sur $I =]2; +\infty[$
 a) Montrer que h admet une fonction Réciproque h^{-1} Définie sur un intervalle J à Déterminer
 b) Vérifier que $h(x) = (\sqrt{x-1} - 1)^2$ Et Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$

$$1/ \begin{cases} f(x) = \frac{x^2+x+a}{x-2}, x > 2 \\ f(x) = \frac{3x-b}{3}; x \leq 2 \end{cases}$$

pour f continue en e il faut
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$ ①

$$\begin{aligned} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2+x+a}{x-2} \\ &= \ll \frac{6+a}{0} \gg \end{aligned}$$

• si $6+a \neq 0$ alors $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \pm \infty$
 f non continue

Alors $6+a=0 \Leftrightarrow a = -6$

$$\begin{aligned} \text{d'où } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2+x-6}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+3)}{(x-2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} (x+3) = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x-b}{3} \\ &= \frac{6-b}{3} \end{aligned}$$

de ① on aboutit

$$\frac{6-b}{3} = 5$$

$$\Leftrightarrow 6-b = 15$$

$$\Leftrightarrow b = 6-15 = -9$$

ou $a = -6$ et $b = -9$