6.5pts

EXERCICE 01

<u>Les questions de cet exercice sont indépendantes</u>

1pts — 1)Simplifier le nombre suivant: $A=\dfrac{\sqrt[3]{\sqrt[2]{729}}\times\sqrt{\sqrt{81}}\times 9^{\frac{3}{2}}}{\sqrt[3]{3^{17}}}$

1pts+1pts — 2)Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{3x+5}-2}{x-1}\quad et\quad \lim_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x^3+2x^2}-3x$$

1pts — 3)a-Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :(E): $\sqrt[3]{2+x}-\sqrt[3]{2-x}=\sqrt[3]{4}$.

1pts — b- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I): $\sqrt[3]{3x-1}<2$

1.5pts — 4)Calculer la dérivée des fonctions suivantes : $f(x)=\sqrt[3]{x^2+7x+3}$ et $g(x)=\sin\left(\sqrt{x^2+5}\right)$

5pts	**EXERCICE 02**
	On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + 12x - 8$.
1pts	1)Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.
	2)Soit g la restriction de f sur $I = [0; +\infty[$
1.5pts	a-*Montrer* que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur I et que $0 < \alpha < 1$.
0.75pts	b-*Montrer* que : $\alpha = 2\sqrt[3]{1 - \frac{3}{2}\alpha}$.
0.75pts	3)a-*Montrer* que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.
1pts	b- *Montrer* que g^{-1} est dérivable en 0 et que : $\left(g^{-1}\right)'(0) = \dfrac{1}{3\left(\alpha^2 + 4\right)}$.

8.5pts	EXERCICE 03
	On considère la fonction f définie sur par : $f(x)=x-\sqrt{x-1}$
1.25pts	1)DéterminerD_f puis montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.
0.75pts	2)Montrer que f est continue sur D_f
1.5pts	3)Etudier la dérivabilité de f à droite en 1 ; puis interpréter le résultat obtenu géométriquement.
1pts	4)a-Montrer que pour $x\in]1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{x-2}{\sqrt{x-1}\left(\sqrt{x-1}+1\right)}$
1pts	b-Donner le tableau des variations de la fonction f.
	5)Soit g la restriction de f sur $I=]2;+\infty[$.
0.75pts	a-Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.
0.75pts	b-Donner le tableau de variations de la fonction g^{-1} .
1.5pts	c-Vérifier que : $g(x)=\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2$ puis Déterminer $g^{-1}(x)$ pour tout $x\in J$.

Pts	Exercice 1 : 5 pts
1	1) Montrer que la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^3+x^2-12}{2x-4} & x \neq 2 \\ f(2) = b \end{cases}$ Déterminer la valeur b de pour que f soit continue en 2
2	2) Calculer les limites suivants : $\lim\limits_{+\infty} \sqrt[3]{x^3-2x} - 3x$; $\lim\limits_{2^+} \frac{\sqrt[3]{x-2}}{\sqrt{x-2}}$
2	3) a) Résoudre dans IR l'équation : $2x^2 + 3x - 5 = 0$ b) En déduire les solutions dans IR l'équation : (E_1) : $\sqrt[3]{8x^2 - 16x + 8} + 3\sqrt[3]{x} - 5 = 0$

Exercice 2 : 6 pts

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 2$

1 1) Calculer $f(1)$; $\lim\limits_{+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{+\infty} f(x)$

1,5 2) a) Calculer : $f'(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$

b) Déterminer les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$

1,5 3) Montrer que : l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[1 ; +\infty[$ et que $1 < \alpha < 2$

1 4) Donner un encadrement de la solution α d'amplitude 0.5

Exercice 3 : 9 pts

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x + 5 - 4\sqrt{x-1}$

1	1) Déterminer D_f et calculer $\lim\limits_{+\infty} f(x)$
1	3) Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite du point 1 et donner l'interprétation géométrique du résultat obtenu .
1	3) a) Montrer que $f'(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x-1}(\sqrt{x-1}+2)}$ pour tout $x \in]1 ; +\infty[$
1	c) Déduire les variations de la fonction f sur D_f
1	4) Donner une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse 10
	5) Soit g la restriction de f sur $[5 ; +\infty[$
1	a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer
1,5	b) Déterminer la monotonie de g^{-1} et Calculer $g(10)$ et $g(17)$ puis déduire $g^{-1}([3 ; 6])$
1	c) Montrer que g^{-1}est dérivable au point 3 et calculer $(g^{-1})'(3)$
0,5	d) calculer $g^{-1}\left(\sqrt{30} + 5 - 4\sqrt{\sqrt{30}-1}\right)$