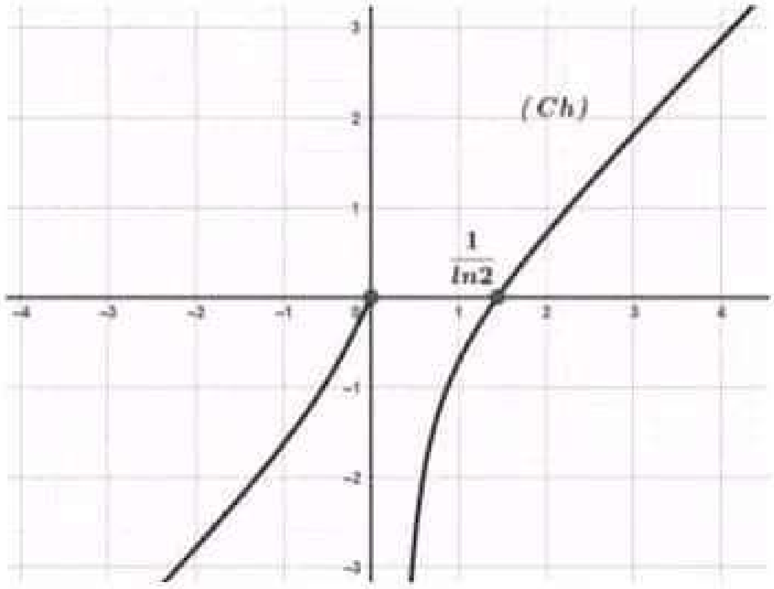
a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $2e^{\frac{1}{x}} - 1 \leq 0$. **(0,5)**

b. En déduire que (C), la courbe de la fonction f, admet un point d'inflexion à déterminer. **(0,5)**

9.

La courbe **ci-contre** est la courbe représentative de la fonction h définie par :

$$h(x) = x\left(2 - e^{\frac{1}{x}}\right)$$



a. Montrer que :

$(\forall x \in \mathbb{R}^*)$, $x - f(x) = h(x)\, e^{\frac{1}{x}}$. **(0,5)**

b. En déduire **la position relative** de (C) et la droite (T) d'équation $y = x$ sur $\mathbb{R}$, puis déduire que $f(\alpha) > \alpha$. **(0,75)**

10. Construire dans le meme repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la courbe (C) et la droite (T). **(1)**

(On prend $\ln 2 \approx 1,1$; $\alpha \approx -0,8$; $f\left(-\frac{1}{ln2}\right) = -\frac{1}{4ln2}$ et $f(\alpha) \approx -0,41$)

Exercice ……. ………………. Les nombres complexes ………………….…(9pts)

1. a. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$, des nombres complexes, l'équation : $z^2 - 2z + 2 = 0$ **(1)**

b. Ecrire les solutions z_1 *et* z_2 de cet équation sous la fomre trigonométrique. **(1)**

c. Montrer que ${z_1}^{2024} + {z_2}^{2024} = 2^{1013}$. **(0,75)**

2. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé **direct** $(O, \vec{u}, \vec{v})$. *On* considère les points A, B, C, et D d'affixes **respictives** : $a = -\sqrt{2}$, $b = 1 + i$, $c = \overline{b}$, et $d = 2 + \sqrt{2}$

a. Montrer que $\frac{b-a}{c-a} = e^{i\frac{\pi}{4}}$. **(1)**

b. En déduire que **B** est l'image de **C** par la rotation **R** de centre **A** et d'angle $\frac{\pi}{4}$. **(0,5)**

c. Montrer que $\overline{(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AB})} \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$ et calculer $\frac{AB}{AC}$. **(1)**

d. Montrer que le quadrilatère **ACDB** est un **losange** . **(1)**

3. Soit P le point du plan complexe d'affixe $p = 1 + \sqrt{2} + i$.

a. Vérifier que : $|p| = \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$ et $\overline{(\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AB})} \equiv arg(p)\ [2\pi]$. **(1)**

b. En utilisant la question **(2.d)**, déduire que $arg(p) \equiv \frac{\pi}{8}\ [2\pi]$. **(0,5)**

c. Déduire p sous la forme trigonométrique. **(0,5)**

d. Montrer que $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2} - 1$. **(0,75)**

Bonus

4. Soit (Δ) l'ensemble des points **M(z)** tel que $|z - b| = |z - c|$.

a. Déterminer l'ensemble (Δ), puis vérifier que l'ensemble (Δ) est **l'axe imaginaire**

b. Soit **M(z)** un point du plan tel que $M \in (AC)$.

Prouver que : $\overline{p}\,.\,\overline{z} - p\,.\,z = \sqrt{2}\,.(p - \overline{p})$ (remarquer que les points M , A et C sont alignés)

c. Montrer que **l'unique** point **d'intersection** des deux droits (Δ) et (AC) est le point d'affixe $i(2 - \sqrt{2})$.

''BON COURAGE ''

Année scolaire : 2023 – 2024. **Lycée: CHIKH MOHAMED LAGHDAF.**	**Devoir Surveillé : 1** **Semestre : 2**	*Niveau : 2.BAC.PC.1 et 2.* **Professeur : SAID HAMMOUCH**

Noter bien : Les réponses non justifiées ne seront pas prise en compte

Problème ………………………………………………………………………(11pts)

Partie I : Soient g la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $g(x) = 1 + e^{\frac{1}{x}}\left(\frac{2}{x} - 1\right)$

Et le tableau de variations de la fonction g ci-contre

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$g(x)$	0	$\searrow$	$g(-2)$	$\nearrow$	$1 \,\Vert\, +\infty$	$\searrow$	0

1.

a. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α tel que : $-2 < \alpha < 0$. **(0,5)**

b. Vérifier que : $e^{\frac{1}{\alpha}} = \frac{\alpha}{\alpha - 2}$. **(0,25)**

2. En déduire que : $(\forall x \in]-\infty; \alpha])$, $g(x) \leq 0$ et $(\forall x \in [\alpha; 0[\cup]0; +\infty])$, $g(x) \geq 0$. **(0,5)**

Partie II: On considère la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = x\left(1 - e^{\frac{1}{x}}\right)^2 & ; \quad x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

et (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. Vérifier que $D_f = \mathbb{R}$. **(0,5)**

2. Montrer que la fonction f est continue à gauche en 0. **(0,5)**

3. a. Vérifier que $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$, $f(x) = x + \frac{e^{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}} \cdot \left(e^{\frac{1}{x}} - 2\right)$. **(0,5)**

b. Déduire $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$, puis interpréter le résultat géométriquement. **(0,5)**

4. a. Vérifier que $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$, $f(x) = \frac{1}{x} \cdot \left(\frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}\right)^2$. **(0,5)**

b. Déduire que (C) admet une asymptote **horizantale** à déterminer, au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$. **(0,5)**

5. a. Montrer que f est dérivable à gauche en **0** et $f'_g(0) = 1$. **(0,5)**

b. Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) à gauche au point d'abscisse **0**. **(0,5)**

6. a. Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$, $f'(x) = \left(1 - e^{\frac{1}{x}}\right) g(x)$. **(0,75)**

b. Vérifier que $f'(\alpha) = 0$, puis interpréter le résultat géométriquement. **(0,5)**

7. a. Montrer que $(\forall x \in]0; +\infty[)$, $1 - e^{\frac{1}{x}} < 0$. **(0,5)**

b. Vérifier que $f(\alpha) = \frac{4\alpha}{(\alpha - 2)^2}$. **(0,25)**

c. Dresser le tableau de variations de f. **(0,5)**

8. On admet que : $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$, $f''(x) = \frac{2}{x^3}\left(2e^{\frac{1}{x}} - 1\right)e^{\frac{1}{x}}$

المملكة المغربية
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵎⵣⵡⴰⵔⵓ ⴷ ⵜⵉⵏⵏⴰⵔⵉⵏ

الامتحان الوطني التجريبي للبكالوريا
المسالك الدولية
الدورة العادية 2024
-الموضوع-

ASTUCE.MED1
MAIMOUN KENSSI

2	مدة الانجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك علوم حياة والأرض و مسلك العلوم الفيزيائية - خيار فرنسي	الشعبة

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ **L’utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- ✓ **Le candidat peut traiter les exercices de l’épreuve suivant l’ordre qui lui convient ;**
- ✓ **L’utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**

COMPOSANTES DU SUJET

L’épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Problème	**Etude de la fonction**	**10 points**
Exercice 1	**Les suites numériques**	**3 points**
Exercice 2	**Calcul des probabilités et géométrique dans l’espace**	**4 points**
Exercice 3	**Les nombres complexes**	**3 points**

Problème .

I. On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x}\left(ln(x)\right)^2 & ; \quad x > 0 \\ f(x) = \left(ln(-x)\left(-2 + ln(-x)\right)\right) & ; \quad x < 0 \\ f(0) = 0 & ; \quad x = 0 \end{cases}$$

(C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$; (unité : 2cm)

0,25 **1) Montrer que pour tout x de $]0; +\infty[$:**

$$f(x) = \left(4x^{\frac{1}{4}} ln\left(x^{\frac{1}{4}}\right)\right)^2$$

0.5 **2) Etudier la continuité de la fonction f à droite de 0 .**

0.5 **3) Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite de 0 , puis interpréter géométriquement le résultat .**

0.5 **4) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.**

0.25 **5) Montrer que $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = +\infty$, puis interpréter géométriquement le résultat .**

0.75 **6) Calculer $f'(x)$ pour tout $x > 0$ et $x < 0$.**

0.5 **7) Etudier les variations de la fonction f .**

0.5 **8) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $]0; +\infty[$ et $]-\infty; 0[$.**

0.5 **9) Montrer que pour tout x de $]-\infty; 0[$: (C_f) admet un point d'inflexion I et déterminer ces ordonnées .**

0.5 **10) Ecrire l'équation de la tangente (T) a (C_f) au point d'abscisse -1 .**

0.5 **11) Soit $-e^{\alpha}$ une solution de l'équation $f(x) = \psi$ sur $]-\infty; 0[$, montrer que pour tout nombre réel β qui vérifie : $\beta + \alpha = 2$ soit $-e^{\beta}$ aussi une solution de l'équation $f(x) = \psi$.**

1 **12) Construire (C_f) et (T) .**

0.5 **13) Montrer que pour tout de $]-\infty;0[$:**

$$x^2 f''(x) + x f'(x) - 2 = 0$$

0.5 **14) Montrer que la fonction $x \mapsto x f(x) - x^2 f'(x) + 2x$ est une fonction primitive de la fonction f sur $]-\infty;0[$.**

II. Pour tout x de $]0;+\infty[$ on pose : $F(x) = \int_x^1 f(u)du$.

0. **15) A l'aide d'une intégration par partie , calculer $\int_x^1 \sqrt{t}ln(t)dt$.**

0.5 **16) Montrer que pour tout $x < 0$:**

[redacted]

0.25 **17) En déduire l'aire du domaine plan délimité par (C_f) , l'axe des abscisses et les droites $x = 0 \; et \; x = 1$.**

18) Pour tout n de $\mathbb{N}$ on pose : $\rho_n = \int_{\frac{1}{n}}^1 f(t)dt$.

0.5 **a) Montrer que la suite (ρ_n) est strictement croissante et bornée .**

0.5 **b) Montrer que la suite (ρ_n) est convergente puis en déduire sa limite .**

Exercice 01.

Soit (u_n) une suite définie par u_0 et $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.25 **1) Déterminer u_0 pour que la suite (u_n) soit constante .**

2) On suppose que : $u_0 = 2$.

0.5 **a) Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n > 1$**

0.5 **b) Etudier les variations de la suite (u_n) .**

0.25 **c) Montrer que la suite (u_n) est convergente .**

0.25 **d) Déterminer la limite de la suite (u_n) .**

3) On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$.

0.25 **a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.**

1 **b) Calculer $S_n \; et \; P_n$ en fonction de n tel que :**

$$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n \quad et \quad P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \ldots \times v_n$$

Exercice 02.

L'espace muni a un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points : $A(1,4,-5)$ *et* $B(3,2,-4)$ *et* $C(5,4,-3)$ *et* $D(-2,8,4)$ et le vecteur $\vec{u}(1\,;5\,;-1)$

0,5 1) Montrer que $x-2z-11=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)

0,25 2) Ecrire la représentation paramétrique de la droite (T) qui passe par le point D et parallèle au vecteur $\vec{u}$.

3) Soit (P) un plan d'équation : $x-y-z-7=0$

0,25 a) Montrer que les deux plans (ABC) et (P) se coupent suivant une droite sa représentation paramétrique :

$$(\Delta) : \begin{cases} x = 11+2t \\ y = 4+t \\ z = t \end{cases} \quad ; \quad (t\epsilon\mathbb{R})$$

0,25 4) Montrer que les deux droites (T) et (Δ) n'appartiennent pas au même plan .

0,5 5) On considère les points : $E(3;0;-4)$ et $F(-3;3;5)$, vérifier que :

$$F\epsilon(T) \ \ et \ \ E\epsilon(\Delta)$$

6) Soit (Γ) l'ensemble de points $M(x;y;z)$ dans l'espace tel que :

$$\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{ME} = \theta \ ; \ \theta\epsilon\mathbb{R}$$

0,25 a) Déterminer en fonction de θ l'équation cartésienne de (Γ) et en deduire que (Γ) est un plan puis déterminer son vecteur normal .

0,5 b) Déterminer la valeur de θ pour que le plan (Γ) soit un plan axial du segment $[EF]$.

7) On considère la sphère (S) et le plan $(Q)_\alpha$ d'équations :

$$(S) : x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+5=0 \ ; \ (Q)_\alpha : x-2y-2z+2\alpha=0$$

On lance un dé dont les faces sont numérotées par 1 , 2 , 3 , 4 , 4 , 6 on obtient ainsi un nombre α .

0,5 a) Déterminer le centre et le rayon de la sphère (S) .

1 b) Calculer la probabilité pour que le plan $(Q)_\alpha$ soit tangente a (S) .

Exercice 03.

I. **Dans le plan complexe rapporte à un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, on considère le point α d'affixe $z_\alpha = 10$, et (Γ) le cercle de diamètre $[OP]$.**

Soient A , B et C trois points d'affixes respectivement $z_A = 5(1+i)$, $z_B = 1+3i$ et $z_C = 8-4i$.

0.25 1) **Montrer que les points A , B et C appartient au même cercle (Γ) .**

0.25 2) **Soit D est un point d'affixe $z_D = 2+2i$, montrer que : $(OD) \perp (BC)$.**

II. **Soient $M(z)$ et $M'(z)$ deux points de plan tels que :**

$$z' = \frac{20}{\bar{z}}$$

0.5 3) **Montrer que les points O , M , M' sont alignées .**

4) **Soit (β) la doite d'équation $x = 2$ et $M(z) \in (\beta)$.**

0.5 a) **Vérifier que : $z + \bar{z} = 4$.**

0.5 b) **Montrer que : $z' + \overline{z'} = \frac{80}{z\bar{z}}$.**

0.5 c) **En déduire que : $5(z' + \overline{z'}) = z'\overline{z'}$.**

0.5 d) **Montrer que : $M'(z) \in (OM) \cap (\Gamma)$.**