Définition	✓ La fonction réciproque de ln s'appelle la fonction exponentielle népérienne notée exp ✓ Notation : $\forall x \in \mathbb{R} \quad exp(x) = e^x$ ✓ La fonction est exp définie sur $\mathbb{R}$ et on a : $\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x > 0$ $\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0, +\infty[\qquad e^x = y \Leftrightarrow x = ln(y)$ $exp(0) = 1 \qquad exp(1) = e$
propriétés	✓ exp est une fonction continue et dérivable sur $\mathbb{R}$ ✓ exp est une fonction strictement croissante sur $\mathbb{R}$ • $e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$ • $e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$ $\forall x \in \mathbb{R} \quad ln(e^x) = x \qquad \forall x \in]0, +\infty[\quad e^{ln(x)} = x$
Propriétés algébriques	▪ $e^{x+y} = e^x \times e^x$; $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$ ▪ $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$; $e^{rx} = (e^x)^r \qquad r \in \mathbb{Q}$

Les limites :

$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$	$\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$
$\lim_{x \to -\infty} xe^x = 0$	$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$
$\lim_{x \to -\infty} x^n e^x = 0 \quad n \in \mathbb{N}$	$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty \quad n \in \mathbb{N}$
$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$	

La dérivation :

✓ $\forall x \in \mathbb{R} \qquad (e^x)' = e^x$

✓ Si u est dérivable sur un intervalle I alors la fonction $x \to e^{u(x)}$ est dérivable sur I et on a : $(e^{u(x)})' = u'(x) \times e^{u(x)} \qquad \forall x \in I$

La fonction exponentielle de base a :

Définition	$exp_a(x) = a^x = e^{xln(a)}$ avec a un réel strictement positive et différent de 1
La dérivée	$\forall x \in \mathbb{R} \qquad (a^x)' = (ln\ a)a^x$
Cas particulière $a = 10$	La fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $x \to 10^x$ $\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0, +\infty[\qquad 10^x = y \Leftrightarrow x = log(y)$

Exercices d'applications et de réflexions : *fonctions exponentielles*

PROF : ATMANI NAJIB

2ème BAC Sciences Physiques et Sciences de la Vie et de la Terre (2BAC PC et SVT)

FONCTIONS EXPONENTIELLES

Exercice1 : Résoudre les équations et inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$:

1) $\exp\left(\frac{x+5}{2x+3}\right)=\exp\left(\frac{1}{x-1}\right)$ 2) $\exp(2x+1)\leq\exp\left(\frac{6}{x}\right)$

Exercice2 : Résoudre les équations et inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$:

1) $e^{1-x}\times e^{2x}=e$ 2) $\frac{e^{2-x}}{e^{1+2x}}=e^{x-1}$

3) $e^{2x}-5e^{x}+6=0$ 4) $e^{x^2}\cdot\left(e^{x}\right)^3=\left(e^{-x}\right)^5\cdot e^{-7}$

5) $e^{2x-3}-(e+1)e^{x-2}+1\prec 0$

Exercice3 : Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to-\infty}(2x-1)e^{x}$ 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{x}+3}{x}$ 3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{x}+3x}{x^3}$

4) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{e^{x}+1}{e^{x}+2}$ 5) $\lim\limits_{x\to-\infty}e^{-x+1}$ 6) $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{-x+1}$

7) $\lim\limits_{x\to-\infty}e^{x}+e^{-x}$ 8) $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{\frac{-x+1}{x^3+5}}$ 9) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}$

10) $\lim\limits_{x\to+\infty}2x-e^{x}$ 11) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{x}-1}{x^2}$ 12) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{x}}{x^2+3x}$

13) $\lim\limits_{x\to+\infty}3x^3-e^{x}$ 14) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{x}+3x}{x^3}$

15) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{2x}}{x^3}$ (on pose : $2x=X$) 16) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{3x}}{x}$

17) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{2x}}{x^3+x+1}$ 18) $\lim\limits_{x\to-\infty}(3x-1)e^{x}$

19) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^5-4x^3\right)e^{x}$ 20) $\lim\limits_{x\to0^-}\frac{1}{x}e^{\frac{1}{x}}$

21) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^3-2x\right)e^{2x}$ 22) $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{2x}-1}{3x}$

23) $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$ 24) $\lim\limits_{x\to1}\frac{e^{1-x}-1}{x-1}$

25) $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{-x}-1}{x}$ 26) $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{x+1}-e}{x}$

Exercice4 : Déterminer les dérivées des fonctions suivantes : 1) $f(x)=e^{\sqrt{2x+1}}$

2) $g(x)=e^{-2x^2}-3e^{3x+1}$ 3) $h(x)=e^{\frac{x+1}{-x+3}}$

4) $f(x)=\left(e^{x}-4\right)\sqrt{e^{x}-1}$

Exercice5 : Déterminer les primitives des fonctions suivantes : 1) $f(x)=\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$

2) $g(x)=\left(e^{x}\right)^2$ 3) $h(x)=\frac{e^{\arctan x}}{1+x^2}$

Exercice6 : Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

1) $I=\mathbb{R};\ f(x)=2e^{3x}-e^{-x}$

2) $I=]0;+\infty[;\ f(x)=\frac{e^{2x}}{\left(e^{2x}-1\right)^2}$

3) $I=\mathbb{R};\ f(x)=e^{x}\left(e^{x}-1\right)^3$

4) $I=[0;\pi];\ f(x)=\sin x e^{\cos x}$

5) $f(x)=\frac{e^{x}-1}{e^{x}-x}$ $I=]0;+\infty[$

Exercice7 : Considérons la fonction f définie par :

$f(x)=(x-1)e^{x}$

1)Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
2) Etudier les branches infinies de la courbe Cf au voisinage de +∞
3) Etudier la concavité de la courbe Cf
4) Construire la courbe C_f.

Exercice8 : Considérons la fonction f définie par : $f(x)=x-1+\dfrac{3}{e^{x}+1}$

1)déterminer D_f et calculer les limites aux bornes de D_f

2)Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

3)montrer que : $(\forall x\in\mathbb{R});\ f(x)=x+2-\dfrac{3e^{x}}{e^{x}+1}$

4) Etudier les branches infinies de la courbe Cf
Et étudier la position de la courbe Cf avec les asymptotes obliques

Exercice9 : Considérons la fonction f définie par :

$f(x)=(e^{x}-4)\sqrt{e^{x}-1}$

1)déterminer D_f et calculer les limites aux bornes de D_f

2)montrer que : $(\forall x\in\mathbb{R}_*^+)\ \dfrac{f(x)}{x}=\dfrac{e^{x}-4}{\sqrt{e^{x}-1}}\cdot\dfrac{e^{x}-1}{x}$

3) Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite de 0 et interpréter géométriquement le résultat obtenu

4) montrer que : $(\forall x\in\mathbb{R}_*^+)\ f'(x)=\dfrac{3e^{x}(e^{x}-2)}{2\sqrt{e^{x}-1}}$

5)Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
6) Etudier les branches infinies de la courbe C_f
Au voisinage de +∞
7)calculer : $f(2\ln 2)$ et construire la courbe C_f.

Exercice10: Considérons la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{e^{-x}-e^{-2x}}$

1)déterminer D_f et calculer les limites aux bornes de D_f

2) Etudier la continuité et la dérivabilité de la fonction f à droite de 0 et interpréter géométriquement le résultat obtenu
3)Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
4) construire la courbe C_f.

Exercice11 : Considérons la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{e^{x}}{\sqrt{1-e^{2x}}}$

1)déterminer D_f et calculer les limites aux bornes de D_f

2)Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
3) montrer que f admet une fonction réciproque définie sur un intervalle J que l'on déterminera
4) déterminer : $f^{-1}(x)\ \ \forall x\in J$

Exercice12 : Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=1-\ln(1+e^{-x})$ et soit (C) la courbe De f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

1)a)montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ et interpréter géométriquement le résultat
b) montrer que : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$

2)a)vérifier que: $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ f(x)=x+1-\ln(1+e^{x})$

b) en déduire la droite (D) d'équation : $y=x+1$ est une asymptote oblique a la courbe Cf au voisinage de $-\infty$
c) étudier la position de la courbe Cf avec la droite (D)

3)a) montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ f'(x)=\dfrac{1}{1+e^{x}}$

b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
c) Etudier la concavité de Cf
d) montrer que la courbe Cf coupe l'axe des abscisses en un point à déterminer

4) Construire la courbe C_f dans le repére $\left(O;\vec{i}\ \vec{j}\right)$

5) a)montrer que f admet une fonction réciproque définie sur un intervalle J que l'on déterminera

b) déterminer : $f^{-1}(x)\ \ \forall x\in J$

Exercice13 :

Partie 1 : Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}$+ par : $f(x)=(x+2)e^{\frac{-2}{x}}$ si $x>0$ et $f(0)=0$

1) Etudier la continuité et la dérivabilité de la fonction f à droite de 0.
2) Interpréter géométriquement le résultat obtenu.
3) Déterminer la limite en +∞
4) Déterminer la fonction dérivée de la fonction f puis dresser le tableau de variation de f.

5) a) Montrer que ($\forall t>0$) $0\prec e^{-t}+t-1\prec\frac{t^2}{2}$

b) En déduire que : ($\forall x>0$)

$$\frac{-4}{x}\prec f(x)-x\prec\frac{4}{x^2}-\frac{2}{x}$$

c) Déterminer la nature de la branche infinie de la courbe Cf au voisinage de +∞
6) Construire la courbe C_f.

Partie 2 :

Considérons la fonction f_n définie sur $\mathbb{R}^+$ par :

$f_n(x)=(x+2n)e^{\frac{-2}{x}}$ si $x>0$ et $f_n(0)=0$ où $n\in\mathbb{N}^*$

1) a) Etudier la continuité et la dérivabilité de la fonction f_n à droite de 0.

b) Déterminer la limite en +∞

c) Déterminer la fonction dérivée de la fonction f_n puis dresser le tableau de variation de f_n.

2) Montrer que l'équation $f_n(x)=\frac{2}{n}$ admet une solution unique α_n dans]0, +∞[

3)a) Montrer que ($\forall x>0$)

$$f_{n+1}(x)-\frac{2}{n+1}\succ f_n(x)-\frac{2}{n}$$

b) En déduire la monotonie de $(\alpha_n)_n$

c) Montrer que la suite $(\alpha_n)_n$ est convergente et que $\lim\limits_{n\to+\infty}(\alpha_n)_n=0$

Exercice14 : Résoudre les équations et inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$:

1) $5^x=15$ 2) $3^{2x}\geq5^{1-x}$ 3) $7^{x+1}-7^{-x}\prec6$

Exercice15 : Résoudre les équations et inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$:

1) $2^{x+1}=8^x$ 2) $3^x=12$ 3) $5\times2^x+2^{x+1}-336=0$

4) $100^x+40=14\times10^x$

5) $2^{x-1}>4^x$ 5) $(0,5)^{2x}\geq(0,5)^{x+1}$

Exercice16: Déterminer les primitives de la fonction suivante : $f(x)=3^{x-2}$

Exercice17: Soit La fonction f définie par :

$f(x)=4^x-2^{x+1}$ 1)déterminer D_f

2) calculer les limites aux bornes de D_f

3)Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
4) Etudier les branches infinies de la courbe Cf
5) construire la courbe C_f dans un repére $\left(O;\vec{i}\ \vec{j}\right)$

Exercice 18: Soit La fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par :f: $\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}$

$x\to x^x$, si $x\neq0$ et $f(0)=0$

1)Etudier la continuité de la fonction f à droite de 0.
2)Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite de 0.
3)Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

4)Déterminer la nature de la branche infinie de la courbe Cf au voisinage de $+\infty$.
5)Tracer la courbe Cf.
6)Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $f(x) = x$
7)Soit la suite $(u_n)_n$ définie par : $u_0 = \frac{1}{e}$

et $(\forall n \in \mathbb{N})(\ u_{n+1} = f(u_n))$.

a)Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})(\ u_n \leq 1)$

b)Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_n$; puis en déduire qu'elle convergente.

c) Déterminer la limite de la suite $(u_n)_n$

Exercice 19 : Soit $n \in \mathbb{N}*$; considérons la fonction f_n définie sur $[1, +\infty[$ par :

$$f_n(x) = \frac{1}{n!}\frac{(\ln x)^n}{x^2} \text{ si } x > 0 \text{ et } f_n(0) = 0$$

et (C_n) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Donner le tableau de variation de f_1.

2. Déterminer l'équation de la tangente (T_1) à la courbe (C_1) en point d'abscisse 1.
3. Construire la courbe (C_1) et la tangente (T_1) dans le repère $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j})$.
4. Dresser le tableau de variation de la fonction f_n.
5. a) Etudier sur l'intervalle $[1, +\infty[$ le signe de :

$f_2(x) - f_1(x)$

b) En déduire les positions relatives des deux courbes (C_1) et (C_2) ; puis construire (C_2)

6. Considérons la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ où u_n est la valeur maximale de la fonction f_n.

a) Vérifier que $(\forall n \in \mathbb{N}*)$: $u_n = \frac{1}{n!}\left(\frac{n}{2e}\right)^n$

b) Pour $x \in]1, +\infty[$; calculer $\frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)}$

c) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}*)$ $\left(u_{n+1} = \frac{1}{2} f_n(e^{\frac{n+1}{2}})\right)$

d) En déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}*)$ $\left(u_n \leq \frac{1}{e}\frac{1}{2^n}\right)$

Et en déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »
Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices Que l'on devient un mathématicien

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Économiques

Session : Normale Juin 2019

MATHÉMATIQUES

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

Ce sujet comporte 2 exercices et un problème :

— Exercice 1 : **Les suites numériques** .... **4 points**

— Exercice 2 : **Calculs des probabilités** .... **4 points**

— problème : **Problème d'analyse** .... **12 points**

Exercice 1 : (4 pts)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = 2$ et $(\forall n \in \mathbb{N});\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{7}$

0.5 pt **1 -** Calculer u_1 et u_2.

0.75 pt **2 -** **a)** Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N})\quad u_n - \frac{2}{7} \leq 0$.

b) Vérifier que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}\left(u_n - \frac{2}{7}\right)$, puis en déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

0.75 pt est une suite décroissante.

0.25 pt **3 -** Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite convergente.

4 - On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = u_n - \frac{2}{7}$

0.25 pt **a)** Calculer v_0. .

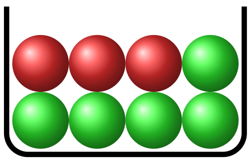
0.5 pt **b)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

0.5 pt **c)** En déduire que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n = \left(\frac{12}{7}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{2}{7}$.

0.5 pt **5 -** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Exercice 2 : (4 pts)

Donner les résultats sous forme de fraction



Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher dont **cinq** boules sont vertes et **trois** sont rouges.

On tire au hasard **successivement** et **sans remise** deux boules de l'urne.

On considère les événements suivants :

A : " Les deux boules tirées sont rouges ".

B : " La première boule tirée est rouge ".

C : " La deuxième boule tirée est verte ".

1 pt **1 -** Montrer que $p(A) = \frac{6}{56}$ et $p(B) = \frac{21}{56}$.

1 pt **2 -** Calculer $p(C)$. .

1 pt **3 -** Calculer $p(B \cap C)$.

1 pt **4 -** Les événements B et C sont-ils indépendants ?justifier la réponse.

Problème : (12 pts)

PARTIE I -

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \mathrm{e}^x - x$

0.5 pt **1 -** Calculer $g'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

0.5 pt **2 -** **a)** étudier le signe de $g'(x)$ sur $\mathbb{R}$.

b) Calculer $g(0)$ puis dresser le tableau de variations de g.(le calcul des limites n'est pas
0.5 pt demandé).

0.5 pt **c)** En déduire que pour tout x de $\mathbb{R}$; $g(x) \leq 1$.

PARTIE II -

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :$f(x) = (x+1)\mathrm{e}^{-x} + (x-1)$
et on note $(\mathcal{C}_{\{})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 pt **1 -** **a)** Montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

0.5 pt **b)** Donner une interprétation graphique du résultat obtenu.

1 pt **2 -** **a)** Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - (x-1))$.

0.5 pt **b)** Donner une interprétation graphique du résultat obtenu.

1 pt **3 -** **a)** Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{\mathrm{e}^x}$.

0.5 pt **b)** En déduire que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

0,5 pt **c)** Dresser son tableau de variation.

1 pt **d)** Donner l'équation de la tangente (T)au point d'abscisse 0.

e) Résoudre l'équation $f(x) = x - 1$, puis en déduire les coordonnées du point d'intersection
1 pt de $(\mathcal{C}_f)$ avec la droite (Δ) d'équation : $y = x - 1$.

0,5 pt **4 -** **a)** Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f''(x) = \mathrm{e}^{-x}(x-1)$.

b) Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet un point d'inflexion dont on déterminera ses coordon-
1 pt nées.

5 - Dans la figure ci-dessous $(\mathcal{C}_f)$ est la courbe représentative de la fonction f dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 pt **a)** En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\displaystyle\int_{-1}^{1} (x+1)\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x = \mathrm{e} - \frac{3}{\mathrm{e}}$.

0,5 pt **b)** Calculer l'aire de la partie hachurée de la figure.

FIN

ROYAUME DU MAROC

Baccalauréat Sciences Économiques

Session : Rattrapage 2019

juin 2019

MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Économiques Et Gestion Comptable**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de 3 exercices :

— Exercice 1 : **Suites numériques** .... **4,5 points**
— Exercice 2 : **Calcul de probabilités** .... **4 points**
— Exercice 3 : **Etude d'une fonction numérique et calcul intégral** .... **11,5 points**

♠ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (4,5 pts)

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 9}{u_n - 5}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

0,5 pt **1 -** Calculer u_1 et u_2

0,75 pt **2 -** Montrer par récurrence que : $(\forall \mathbf{n} \in \mathbb{N}); u_n < 3$

0,5 pt **3 - a)** Vérifier que : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{(u_n-3)^2}{5-u_n}$

0,5 pt **b)** Montrer que (u_n)est une suite croissante

0,25 pt **4 -** En déduire que la suite (u_n) est une suite est convergente

5 - On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = \dfrac{-2u_n + 4}{u_n - 3}$

0,25 pt **a)** Vérifier que $v_0 = -1$

0,5 pt **b)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_{n+1} = \dfrac{-u_n + 1}{u_n - 3}$

0,5 pt **c)** Montrer que v_n est une suite arithmétique de raison 1

0,25 pt **6 - a)** Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n = \dfrac{3v_n + 4}{v_n + 2}$

0,25 pt **b)** En déduire que pour tout n de $\mathbb{N}$ $u_n = \dfrac{3n+1}{n+1}$

0,25 pt **c)** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Exercice 2 : (4 pts) (Donner les résultats sous forme de fraction)

Un sac S_1 contient deux boules blanches, une boule rouge et trois boules vertes.

Un autre sac S_2 contient une boule blanche, deux boules rouges et une boule verte.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

On considère l'expérience suivante : " on tire une boule du sac S_1 puis on tire une boule du sac S_2 "

On considère les événements suivants :

A : " Les deux boules tirées sont blanches "

B : " Les deux boules tirées sont de couleurs différentes "

1,5 pt **1 -** Montrer que $p(A)=\dfrac{1}{12}$

2 - Montrer que $p(\bar{B})=\dfrac{7}{24}$

1,5 pt ($\bar{B}$ est l'événement contraire de B) et en déduire $p(B)$

1 pt **3 -** Calculer $p(A\cup B)$

Exercice 3 : (11,5 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par :

$f(x)=(1-\ln x)\ln x$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$

1 - Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ et

2 - a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et

b) On admet que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}(\dfrac{(\ln x)^2}{x})=0$ et Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et

1 pt interpréter géométriquement le résultat.

1 pt **3 - a)** Montrer que, pour tout x de $]0;+\infty[$, $f'(x)=\dfrac{1}{x}(1-2\ln x)$

b) Montrer que f est croissante sur $]0;\sqrt{e}[$ et qu'elle est décroissante

1,25 pt sur $]\sqrt{e};+\infty[$

0,5 pt **c)** Calculer $f(\sqrt{e})$ puis dresser le tableau de variations de f

d) Résoudre l'équation $f(x)=0$ et en déduire les coordonnées des points

1,5 pt d'intersection de (C_f) avec l'axe des abscisses.

e) Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point

1 pt d'abscisse $x_0=1$

0,75 pt **4 - a)** Montrer que $f''(x)=\dfrac{1}{x^2}(2\ln x-3)$ pour tout x de $]0;+\infty[$

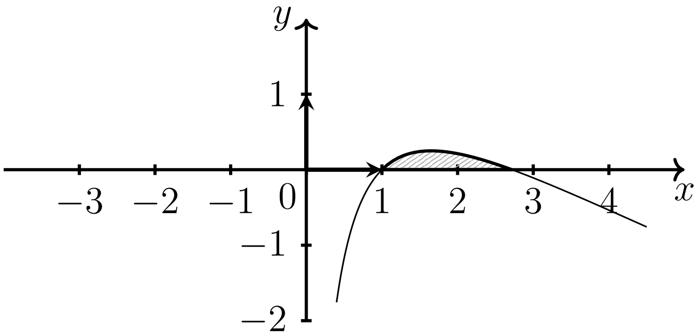
1 pt **b)** Montrer que $A(e^{\frac{3}{2}};\dfrac{-3}{4})$ est un point dinflexion de (C_f)

5 - Dans la figure ci-dessous (C_f) est la courbe représentative de f et soit F la fonction définie par : $F(x)=-x\,(x)^2+3x\ln x-3x$

0,5 pt **a)** Montrer que F est une primitive de f sur $]0;+\infty[$

0,75 pt **b)** A partir de la courbe (C_f) ci-dessous, donner les variations de F sur $]0;+\infty[$

1pt **c)** Calculer laire de la partie hachurée.



FIN