Exercice n°1:(4.5pts)

	On considère la suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par: $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 5$ pour tout n de $\mathbb{N}$
0.5	1. Calculer u_1 et u_2
0.5	2.a. Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n < 15$
0.5	2.b. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{3}u_n + 5$
0.25	2.c. Vérifier que pour tout n de $\mathbb{N}$: $-\frac{1}{3}u_n + 5 > 0$
0.5	2.d. En déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante et qu'elle est convergente.
	3. On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = u_n - 15$
0.5	3.a. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$
0.75	3.b. Calculer le premier terme v_0 et montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = (-12)\times\left(\frac{2}{3}\right)^n$
0.5	4.a. Calculer u_n en fonction de n
0.5	4.b. Calculer $\lim_{n\to+\infty} u_n$

Exercice n°1:(4pts)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par: $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{7}$ pour tout n de IN

0.5 **1. Calculer u_1 et u_2**

0.75 **2. a. Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n - \frac{2}{7} \geq 0$**

0.75 **2. b. Vérifier que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}\left(u_n - \frac{2}{7}\right)$**

et en déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite décroissante.

0.25 **3. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente.**

4. On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = u_n - \frac{2}{7}$

0.25 **4.a. Calculer v_0**

0.5 **4. b. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$**

0.5 **4. c. En déduire que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n = \left(\frac{12}{7}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{2}{7}$**

0.5 **5. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$**

<u>Exercice n°2 :(4pts)</u> (Donner les résultats sous forme de fraction)

Une urne contient trois boules rouges et cinq boules vertes. Les boules sont indiscernables au toucher.

On tire successivement et <u>sans remise</u> deux boules de l'urne.

On considère les événements suivants :

A **: « Les deux boules tirées sont rouges »**

B **: « La première boule tirée est rouge »**

C **: « La deuxième boule tirée est verte »**

1 **1. Montrer que** $p(A)=\frac{6}{56}$ **et** $p(B)=\frac{21}{56}$

1 **2. Calculer** $p(C)$

1 **3. Calculer** $p(B\cap C)$

1 **4. Les événements** B **et** C **sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.**

Exercice n°1:(4.5 pts)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **la suite numérique définie par:** $u_0=1$ **et** $u_{n+1}=\dfrac{u_n-9}{u_n-5}$ **pour tout** n **de** IN

0.5 **1. Calculer** u_1 **et** u_2

0.75 **2. Montrer par récurrence que pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ **:** $u_n<3$

0.5 **3.a. Vérifier que pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ **:** $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(u_n-3)^2}{5-u_n}$

0.5 **3.b. Montrer que** $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **est une suite croissante.**

0.25 **4. En déduire que la suite** $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **est convergente.**

5. On pose pour tout n **de** $\mathbb{N}$ **:** $v_n=\dfrac{-2u_n+4}{u_n-3}$

0.25 **5.a. Vérifier que** $v_0=-1$

0.5 **5.b. Montrer que** $v_{n+1}=\dfrac{-u_n+1}{u_n-3}$

0.5 **5.c. En déduire que** (v_n) **est une suite arithmétique de raison** 1

0.25 **6.a. Montrer que pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ **:** $u_n=\dfrac{3v_n+4}{v_n+2}$

0.25 **6.b. En déduire que pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ **:** $u_n=\dfrac{3n+1}{n+1}$

0.25 **6.c. Calculer** $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

<u>Exercice n°2 :(4pts)</u> (Les résultats seront donnés sous forme de fraction)

Un sac S_1 contient deux boules blanches, une boule rouge et trois boules vertes.

Un autre sac S_2 contient une boule blanche, deux boules rouges et une boule verte.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

On considère l'expérience suivante : « on tire une boule du sac S_1 puis on tire une boule du sac S_2 »

On considère les événements suivants :

A **: « Les deux boules tirées sont blanches »**

B **: « Les deux boules tirées sont de couleurs différentes »**

1.5 **1. Montrer que** $p(A)=\frac{1}{12}$

1.5 **2. Montrer que** $p(\overline{B})=\frac{7}{24}$ **(** $\overline{B}$ **est l'événement contraire de** B **) et en déduire** $p(B)$

1 **3. Calculer** $p(A\cup B)$