

5

➤ On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation dans (E) $8x - 5y = 1$

1. Citer le théorème permettant d'affirmer que (E) a des solutions.
2. Résoudre l'équation (E).
3. Résoudre dans \mathbb{Z} le système (S) $\begin{cases} x \equiv 1[8] \\ x \equiv 2[5] \end{cases}$
4. Soit x solution de (S) déterminer son reste dans sa division euclidienne par 40.
5. Un groupe de garçons et de fille a dépensé 100 dirhams dans une excursion Chaque garçon a dépensé 80h et chaque fille a dépensée 50h. Donner la répartition des groupes possibles.

5

➤ On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation dans (E) $8x - 5y = 1$

1. Citer le théorème permettant d'affirmer que (E) a des solutions.
2. Résoudre l'équation (E).
3. Résoudre dans \mathbb{Z} le système (S) $\begin{cases} x \equiv 1[8] \\ x \equiv 2[5] \end{cases}$
4. Soit x solution de (S) déterminer son reste dans sa division euclidienne par 40.
5. Un groupe de garçons et de fille a dépensé 100 dirhams dans une excursion Chaque garçon a dépensé 80h et chaque fille a dépensée 50h. Donner la répartition des groupes possibles.

5

➤ On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation dans (E) $8x - 5y = 1$

1. Citer le théorème permettant d'affirmer que (E) a des solutions.
2. Résoudre l'équation (E).
3. Résoudre dans \mathbb{Z} le système (S) $\begin{cases} x \equiv 1[8] \\ x \equiv 2[5] \end{cases}$
4. Soit x solution de (S) déterminer son reste dans sa division euclidienne par 40.
5. Un groupe de garçons et de fille a dépensé 100 dirhams dans une excursion Chaque garçon a dépensé 80h et chaque fille a dépensée 50h. Donner la répartition des groupes possibles.

EXERCICE (4)

➤ Soient p et q deux entiers naturels premiers tels que $p \leq q$ et $10^{p+q-1} \equiv 1[pq]$.

1. Montrer $p \wedge 10 = 1$ et en déduire que : $10^{p-1} \equiv 1[p]$ et $10^q \equiv 1[q]$.
- 0.5 2. a. Montrer que $(p - 1) \wedge q = 1$.
1 b. Prouver que $p = 3$ puis en déduire que $10^{q+2} \equiv 1[q]$.
- 1 3. Décomposer $10^3 - 1$ en facteurs premiers et prouver que $q \in \{3 ; 37\}$

EXERCICE (4)

➤ Soient p et q deux entiers naturels premiers tels que $p \leq q$ et $10^{p+q-1} \equiv 1[pq]$.

1. Montrer $p \wedge 10 = 1$ et en déduire que : $10^{p-1} \equiv 1[p]$ et $10^q \equiv 1[q]$.
- 0.5 2. a. Montrer que $(p - 1) \wedge q = 1$.
1 b. Prouver que $p = 3$ puis en déduire que $10^{q+2} \equiv 1[q]$.
- 1 3. Décomposer $10^3 - 1$ en facteurs premiers et prouver que $q \in \{3 ; 37\}$

EXERCICE (4)

➤ Soient p et q deux entiers naturels premiers tels que $p \leq q$ et $10^{p+q-1} \equiv 1[pq]$.

1. Montrer $p \wedge 10 = 1$ et en déduire que : $10^{p-1} \equiv 1[p]$ et $10^q \equiv 1[q]$.
- 0.5 2. a. Montrer que $(p - 1) \wedge q = 1$.
1 b. Prouver que $p = 3$ puis en déduire que $10^{q+2} \equiv 1[q]$.
- 1 3. Décomposer $10^3 - 1$ en facteurs premiers et prouver que $q \in \{3 ; 37\}$

Exercice de complexe

On considère dans \mathbb{C} l'équation (E_s) $z^2 - 2z + \frac{1}{\cos^2 \theta} = 0$ où $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

1) déterminer $z_1 ; z_2$ les solutions de (E_s) (on prend z_i tel que $\operatorname{Im}(z_i) = \tan \theta$)

2) écrire $z_1 ; z_2$ sous forme trigonométrique

3) on considère dans le plan complexe (P) les deux points $M_1(z_1) ; M_2(z_2)$.

Quelle est la nature du triangle OM_1M_2 ?

4) soit n de \mathbb{N} déterminer la forme trigonométrique des solutions de $z^{2n} - 2z^n + \frac{1}{\cos^2 \theta} = 0$

Exercice de complexe

On considère dans \mathbb{C} l'équation (E_s) $z^2 - 2z + \frac{1}{\cos^2 \theta} = 0$ où $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

1) déterminer $z_1 ; z_2$ les solutions de (E_s) (on prend z_i tel que $\operatorname{Im}(z_i) = \tan \theta$)

2) écrire $z_1 ; z_2$ sous forme trigonométrique

3) on considère dans le plan complexe (P) les deux points $M_1(z_1) ; M_2(z_2)$.

Quelle est la nature du triangle OM_1M_2 ?

4) soit n de \mathbb{N} déterminer la forme trigonométrique des solutions de $z^{2n} - 2z^n + \frac{1}{\cos^2 \theta} = 0$

Exercice de complexe

On considère dans \mathbb{C} l'équation (E_s) $z^2 - 2z + \frac{1}{\cos^2 \theta} = 0$ où $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

1) déterminer $z_1 ; z_2$ les solutions de (E_s) (on prend z_i tel que $\operatorname{Im}(z_i) = \tan \theta$)

2) écrire $z_1 ; z_2$ sous forme trigonométrique

3) on considère dans le plan complexe (P) les deux points $M_1(z_1) ; M_2(z_2)$.

Quelle est la nature du triangle OM_1M_2 ?

4) soit n de \mathbb{N} déterminer la forme trigonométrique des solutions de $z^{2n} - 2z^n + \frac{1}{\cos^2 \theta} = 0$

EXERCICE 1

Le plan complexe (P) est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On pose $j = e^{\frac{j\pi}{3}}$ et on considère les points A , B et C d'affixes respectivement $a = 8$, $b = 6j$ et $c = 8j^2$. A' est l'image du point B par la relation r_1 de centre C et d'angle $\frac{\pi}{3}$; B' est l'image du point C par la relation r_2 de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et C' l'image de A par la relation r_3 de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

1) a) montrer que a' l'affixe de A' est un nombre réel

b) montrer que l'affixe de B' est $b' = 16e^{\frac{j\pi}{3}}$ puis vérifier que $O \in (BB')$

c) montrer que $c' = 7 + 7i\sqrt{3}$ est l'affixe du point C'

d) montrer que les droites (AA') , (BB') et (CC') se coupent en O

2) a) calculer $OA + OB + OC$

b) soit M un point du plan (P) d'affixe z . Montrer que $|a - z| + |b - z| + |c - z| \geq 22$

c) déduire que $MA + MB + MC$ est minimale si $M = O$

EXERCICE 1

Le plan complexe (P) est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On pose $j = e^{\frac{j\pi}{3}}$ et on considère les points A , B et C d'affixes respectivement $a = 8$, $b = 6j$ et $c = 8j^2$. A' est l'image du point B par la relation r_1 de centre C et d'angle $\frac{\pi}{3}$; B' est l'image du point C par la relation r_2 de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et C' l'image de A par la relation r_3 de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

1) a) montrer que a' l'affixe de A' est un nombre réel

b) montrer que l'affixe de B' est $b' = 16e^{\frac{j\pi}{3}}$ puis vérifier que $O \in (BB')$

c) montrer que $c' = 7 + 7i\sqrt{3}$ est l'affixe du point C'

d) montrer que les droites (AA') , (BB') et (CC') se coupent en O

2) a) calculer $OA + OB + OC$

b) soit M un point du plan (P) d'affixe z . Montrer que $|a - z| + |b - z| + |c - z| \geq 22$

c) déduire que $MA + MB + MC$ est minimale si $M = O$

EXERCICE 1

Le plan complexe (P) est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On pose $j = e^{\frac{j\pi}{3}}$ et on considère les points A , B et C d'affixes respectivement $a = 8$, $b = 6j$ et $c = 8j^2$. A' est l'image du point B par la relation r_1 de centre C et d'angle $\frac{\pi}{3}$; B' est l'image du point C par la relation r_2 de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et C' l'image de A par la relation r_3 de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

1) a) montrer que a' l'affixe de A' est un nombre réel

b) montrer que l'affixe de B' est $b' = 16e^{\frac{j\pi}{3}}$ puis vérifier que $O \in (BB')$

c) montrer que $c' = 7 + 7i\sqrt{3}$ est l'affixe du point C'

d) montrer que les droites (AA') , (BB') et (CC') se coupent en O

2) a) calculer $OA + OB + OC$

b) soit M un point du plan (P) d'affixe z . Montrer que $|a - z| + |b - z| + |c - z| \geq 22$

c) déduire que $MA + MB + MC$ est minimale si $M = O$

