EX 01

Les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ au cours du mouvement d'un corps solide dans un repère orthonormé $R\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ sont :

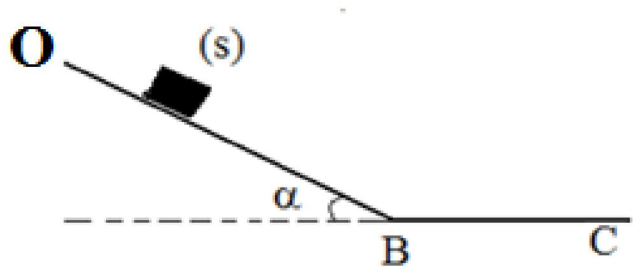
$$\begin{cases} x = t + 3 \\ y = t^2 - t + 3 \end{cases}$$

1. Trouver l'équation de la trajectoire $y = f(x)$ .En déduire sa nature .
2. Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse $\overrightarrow{V_G}$ dans le repère R .
3. Calculer la norme de la vitesse $\overrightarrow{V_G}$ à la date t = 1,5 s.
4. Trouver les coordonnées du vecteur accélération $\overrightarrow{a_G}$ dans le repère R .
5. Calculer la norme du vecteur accélération $\overrightarrow{a_G}$.
6. Déterminer la nature du mouvement du mobile (accéléré ou retardé).

EX 02

Un skieur (avec ses équipements) assimilé à un corps solide de masse m=70 kg, décrit une piste formée par deux parties:
* OB, une pente inclinée de 20° avec le plan horizontal
* BC, une voie rectiligne et horizontale.
* Le contact entre le skieur avec ses équipements se fait sans frottements sur la partie OB =2,4 m .

* L'intensité de gravitation g = 9,81 $m.s^{-2}$.
On étudie le mouvement du corps (S) dans un repère galiléen. $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$



La partie OB :

1-En appliquant la 2ème loi de Newton, déterminer l'abscisse a_{Gx} du vecteur accélération du centre d'inertie du (S). Quelle est la nature de son mouvement ?

2- Déterminer les équations horaires v(t) et x(t) du mouvement, on prend comme origine des dates lorsque le skieur est au point O et sa vitesse initiale est nulle.

3- Déterminer l'instant t_B ou le corps (S) atteint le point B .

4- Calculer la vitesse du skieur au point B.

5-Calculer l'intensité de la réaction du plan sur le skieur .

La partie BC :

Le solide (S) arrive au point B avec la vitesse V_B . On prend comme origine des dates et d'espace lorsque le skieur atteint le point B . Le contact entre le plan BC et (S) se fait avec frottements équivalents à une force $\vec{f}$ constante et horizontale $f = 80N$ et de sens opposé à celui du mouvement .

1- En appliquant la 2ème loi de Newton, déterminer l'abscisse a_{Gx} du vecteur accélération

2- Déterminer les équations horaires v(t) et x(t) du mouvement.

3- Déterminer l'instant t_C sachant que (S) arrête au point C .

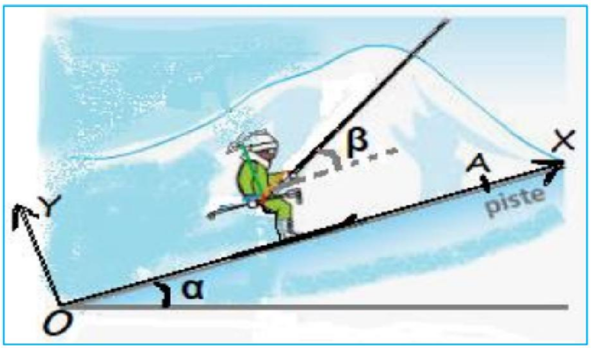
4- Calculer la distance BC .

5-Calculer l'intensité de la réaction du plan sur le skieur .

6- En déduire le coefficient de frottement K et l'angle de frottement φ .

EX 03

On étudie le mouvement d'un skieur sur une piste inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale.
Le skieur est tiré par un câble faisant un angle β avec la grande pente du plan incliné et exerçant une force constante d'intensité F= 450N sur le skieur . le mouvement se fait avec frottements.



Données :

-Masse du skieur m=80Kg

– Intensité de gravitation g=9,81 m.s^{-2}

–la distance OA=150m ;

– l'angle d'inclinaison α=20° et β=15°

- Force de frottement considérée constante f= 90 N .

1-En appliquant la 2eme loi de Newton déterminer l'abscisse a_{Gx} de vecteur accélération du centre d'inertie de skieur . Quelle est la nature de son mouvement ?

2- Déterminer les équations horaires v(t) et x(t) du mouvement, on prend comme origine des dates lorsque le skieur est au point O et la vitesse initiale nulle.

3- Calculer la vitesse du skieur au point A.

4-Calculer l'intensité de la réaction du plan sur le skieur .

EX 04

Une piste BCD dans un plan vertical est constituée d'une partie BC horizontale de longueur BC=80cm et d'une partie CD circulaire de rayon r=10cm. On lance , à t=0 , un corps (S) de masse m=200g à partir du point B origine de repère (B,x) considéré galiléen avec une vitesse initiale $v_B=2m.s^{-1}$ et le corps (S) se déplace sur la partie BC avec frottement. On prend $g \approx 9{,}81 m.s^{-2}$.

1-Trouver l'expression de la force de frottement f , calculer sa valeur sachant que l'accélération a_{Gx} du centre d'inertie est $a_{Gx} = - 2m.s^{-2}$.

2-Calculer la valeur de la réaction de la partie BC sur le corps (S) . Déduire la valeur de l'angle de frottement.

3-En utilisant les équations horaires v(t) et x(t) déterminer la vitesse v_C au point C .

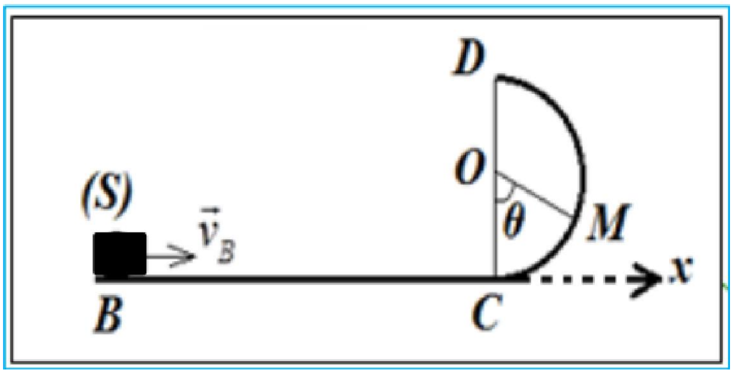
4-Arrivant au point C , le corps (S) continue son mouvement sur la partie circulaire CD sans frottement .

4-1- Trouver l'expression de la force de réaction R appliquée par la partie CD sur le corps (S) à la position M repérée par l'angle θ en fonction de : m , g , r , θ et v_M la vitesse au point M .

4-2- Appliquer le théorème de l'énergie cinétique entre C et M et montrer que l'expression de v_M s'écrit :
$v_M = \sqrt{v_C^2 - 2.g.r\,(1-\cos\theta)}$.

4-3- Déterminer la valeur de l'angle maximal θ_{max} pour lequel le solide (S) revient dans le sens inverse .

4-4- Calculer l'intensité de la force de réaction R à cet angle.



Rappel : dans le repère de Frenet , le vecteur accélération s'écrit :

$$\overrightarrow{a_G} = \overrightarrow{a_T} + \overrightarrow{a_n} = a_T.\vec{u} + a_n.\vec{n} \quad \text{avec :} \quad a_T = \frac{dv}{dt} \quad \text{et} \quad a_n = \frac{v^2}{r}$$

EX 05

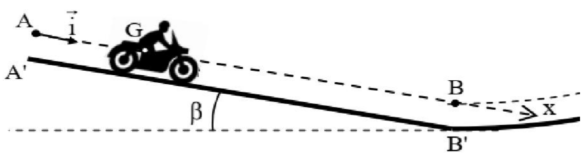
Cet exercice se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie G d'un système (S) formé d'un motard et d'une moto se déplaçant sur une piste de compétition.

Cette piste est formée d'une partie rectiligne A'B' inclinée d'un angle β par rapport à l'horizontale

Dans tout l'exercice, les frottements sont négligés et l'étude du mouvement du centre d'inertie G est réalisée dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

Données :

- L'angle $\beta = 10°$;
- Intensité de la pesanteur : $g = 10\ m.s^{-2}$;
- Masse du système (S) : $m = 190\ kg$.



A un instant choisi comme origine des dates ($t = 0$), le système (S) s'élance sans vitesse initiale, d'une position où le centre d'inertie G est confondu avec le point A.

Le système est soumis, au cours de son mouvement sur la partie A'B', à la réaction du plan incliné, à son poids et à une force motrice $\vec{F}$ constante, dont la ligne d'action est parallèle à la trajectoire de G et le sens est celui du mouvement. Pour étudier le mouvement de G au cours de cette phase, on choisit un repère d'espace $(A, \vec{i})$ parallèle à A'B' (figure 1) et on repère la position de G par son abscisse x.

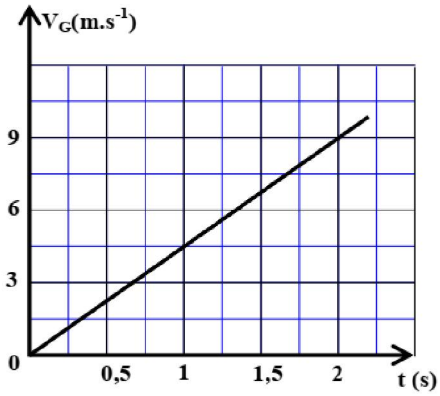


Figure 2

1. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'expression de l'accélération a_G du mouvement de G est :

$$a_G = \frac{F}{m} + g.\sin\beta$$

2. La courbe de la figure 2 représente les variations de la vitesse instantanée V_G du centre d'inertie G en fonction du temps.

En exploitant cette courbe, trouver la valeur de l'accélération a_G .

3. Déduire l'intensité F de la force motrice.

4. Ecrire l'expression numérique de l'équation horaire x= f(t) du mouvement de G.

5. Sachant que AB = 36 m, déterminer l'instant t_B de passage de G par le point B.

6. Calculer la vitesse V_B de passage de G par le point B.

EX 06

Données :- Masse du skieur : $m=60\,kg$;
-Intensité de l'accélération de la pesanteur : $g=9,8\,m.s^{-2}$.
On néglige l'action de l'air.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du skieur dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ lié à un référentiel terrestre considéré galiléen(figure 1).
Pour atteindre le sommet S d'une piste (P) rectiligne inclinée d'un angle $\alpha=23°$ par rapport à l'horizontale, le skieur part du point O sans vitesse initiale à t=0. Il est accroché à un câble rigide faisant un angle $\beta=60°$ avec l'horizontale. Le câble exerce sur le skieur une force de traction $\vec{F}$ constante dirigée selon la direction du câble(figure 1).

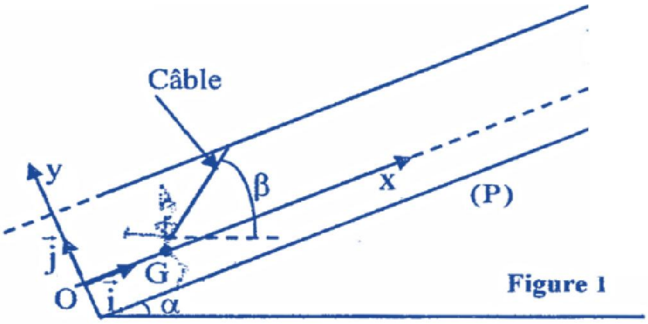


Figure 1

Durant toute cette phase, le skieur reste constamment en contact avec le sol. On note $\vec{R_T}$ et $\vec{R_N}$ respectivement les composantes tangentielle et normale de l'action du plan incliné sur le skieur avec $\|\vec{R_T}\|=k\|\vec{R_N}\|$; k étant le coefficient de frottement solide et $\|\vec{R_T}\|=f=80\,N$.

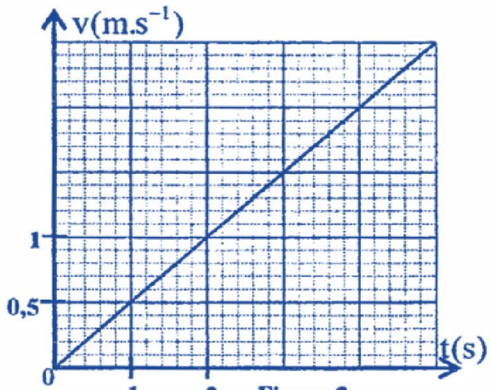


Figure 2

1 -En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v du centre d'inertie G s'écrit : $\frac{dv}{dt}+\frac{f}{m}+g.\sin\alpha-\frac{F}{m}\cos(\beta-\alpha)=0$.
2- - La courbe de la figure 2 représente la variation de la vitesse v en fonction du temps.
1-2 -Déterminer graphiquement la valeur de l'accélération du mouvement de G.
2-2- Déduire l'intensité de la force de traction $\vec{F}$.
-3- Déterminer la valeur de k .

EX 07

On lance, à l'instant $t_0=0$, un solide (S) de la position O avec une vitesse initiale $\vec{v}_0=v_0.\vec{i}$. Le solide glisse selon la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. On étudie le mouvement de G, dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ lié à la Terre supposé galiléen (figure1).
L'abscisse de G à $t_0=0$ est $x_G=x_0=0$.

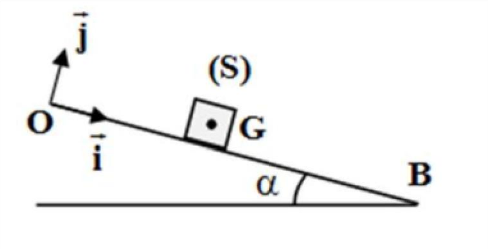


Figure 1

Données : $m = 0,2$ kg ; $g = 10$ m.s^{-2} ; $v_0 = 2$ m.s^{-1} ; $\alpha = 11°$

1. On suppose les frottements négligeables.

1.1. En appliquant la deuxième loi de Newton, exprimer l'accélération a_1 du mouvement de G en fonction de g et α.

Déduire la nature du mouvement de G.

1.2. Écrire l'expression numérique de l'équation horaire du mouvement de G.

2. La chronophotographie du mouvement de (S) à l'aide d'un système d'acquisition convenable a permis d'obtenir la courbe de la figure (2) qui donne les variations de la vitesse v_G de G en fonction du temps.

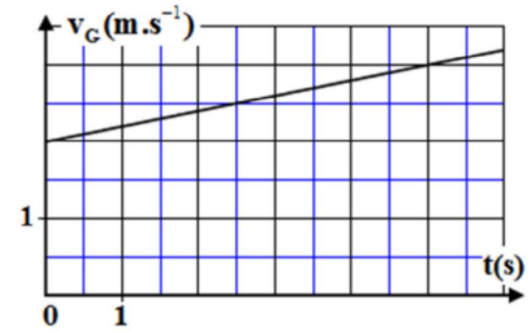


Figure 2

2.1. Déterminer graphiquement la valeur expérimentale de l'accélération a_2 du mouvement de G.

2.2. Montrer que le mouvement de G se fait avec frottement.

2.3. Les frottements auxquels est soumis le solide (S) sont équivalents à une force $\vec{f}$ constante colinéaire à la vitesse $\vec{v}$ et de sens contraire. Déterminer l'intensité de la force $\vec{f}$.

EX 08

Un solide (S) de centre d'inertie G et de masse $m = 0,4\ kg$ glisse avec frottement sur un plan horizontal OAB. On modélise les frottements par une force $\vec{f}$ constante de direction parallèle à la trajectoire et de sens contraire à celui du mouvement.

Pour étudier le mouvement de (S), on choisit un repère $(O,\vec{i})$ lié à la terre considéré comme galiléen.

1. Le solide (S) est soumis, lors de son mouvement entre O et A, à une force motrice $\vec{F}$ constante, horizontale ayant le sens du mouvement (figure 1).

On choisit l'instant de départ de (S), à partir de O, sans vitesse initiale comme origine des dates $t_0=0$.

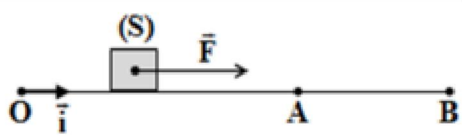


Figure 1

1.1 En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle que vérifie l'abscisse x de G dans le repère $(O,\vec{i})$ est : $\dfrac{d^2x}{dt^2} = \dfrac{F-f}{m}$.

1.2. le solide (S) passe par A à l'instant $t_A = 2$ s, avec la vitesse $v_A = 5$ m.s^{-1}.

Déterminer la valeur de l'accélération a_1 du mouvement de G entre O et A.

2. La force $\vec{F}$ s'annule lorsque le solide (S) passe par A. Le solide (S) continue son mouvement et s'arrête en B. On choisit l'instant de passage de (S) par A comme nouvelle origine des dates $(t_0=0)$. Le solide (S) s'arrête en B à l'instant $t_B = 2,5$ s.

2.1. Montrer que la valeur algébrique de l'accélération entre A et B est $a_2 = -2$ m.s^{-2}.

2.2. En déduire l'intensité de la force de frottement $\vec{f}$.

3. En utilisant les résultats obtenus, calculer l'intensité de la force motrice $\vec{F}$.