■ Exercice Numéro 5 : (04,00 points)

Soit f_n la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f_n(x) = -1 + x + \frac{x^2}{2} + \cdots + \frac{x^n}{n}$$

0,50 **1** Montrer que : $\forall n \geq 2 \ , \ \exists! \ \alpha_n \in \ ]0,1[\ : \ f_n(\alpha_n) = 0$.

0,75 **2** Montrer que la suite $(\alpha_n)_{n\geq 2}$ est décroissante puis qu'elle converge.

0,50 **3** **a** Vérifier que : $(\forall t \neq 1)$: $1 + t + t^2 + \cdots + t^{n-1} = \dfrac{1}{1-t} - \dfrac{t^n}{1-t}$

0,50 **b** En déduire la démonstration de l'égalité suivante :

$$\alpha_n + \frac{(\alpha_n)^2}{2} + \frac{(\alpha_n)^3}{3} + \cdots + \frac{(\alpha_n)^n}{n} = -\ln(1-\alpha_n) - \int_0^{\alpha_n} \left(\frac{t^n}{1-t}\right) dt$$

0,75 **4** **a** Montrer que : $1 + \ln(1-\alpha_n) = -\displaystyle\int_0^{\alpha_n} \left(\frac{t^n}{1-t}\right) dt$

0,50 **b** Montrer que : $\forall n \geq 2$: $0 \leq \displaystyle\int_0^{\alpha_n} \left(\frac{t^n}{1-t}\right) dt \leq \frac{1}{(n+1)(1-\alpha_n)}$

0,50 **c** En déduire que : $\lim(\alpha_n) = 1 - e^{-1}$

Exercice Numéro 5 : (04,00 points)

Soit f_n la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f_n(x) = -1 + x + \frac{x^2}{2} + \cdots + \frac{x^n}{n}$$

0,50 **1** Montrer que : $\forall n \geq 2$, $\exists!\ \alpha_n \in]0,1[$: $f_n(\alpha_n) = 0$.

0,75 **2** Montrer que la suite $(\alpha_n)_{n\geq 2}$ est décroissante puis qu'elle converge.

0,50 **3** **a** Vérifier que : $(\forall t \neq 1)$: $1 + t + t^2 + \cdots + t^{n-1} = \frac{1}{1-t} - \frac{t^n}{1-t}$

0,50 **b** En déduire la démonstration de l'égalité suivante :

$$\alpha_n + \frac{(\alpha_n)^2}{2} + \frac{(\alpha_n)^3}{3} + \cdots + \frac{(\alpha_n)^n}{n} = -\ln(1-\alpha_n) - \int_0^{\alpha_n} \left(\frac{t^n}{1-t}\right) dt$$

0,75 **4** **a** Montrer que : $1 + \ln(1-\alpha_n) = -\int_0^{\alpha_n} \left(\frac{t^n}{1-t}\right) dt$

0,50 **b** Montrer que : $\forall n \geq 2$: $0 \leq \int_0^{\alpha_n} \left(\frac{t^n}{1-t}\right) dt \leq \frac{1}{(n+1)(1-\alpha_n)}$

0,50 **c** En déduire que : $\lim(\alpha_n) = 1 - e^{-1}$

Exercice Numéro 5 : (04,00 points)

Soit f_n la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f_n(x) = -1 + x + \frac{x^2}{2} + \cdots + \frac{x^n}{n}$$

0,50 **1** Montrer que : $\forall\, n \geq 2\ ,\ \exists!\ \alpha_n \in\ ]0,1[\ \ :\ \ f_n(\alpha_n) = 0$.

0,75 **2** Montrer que la suite $(\alpha_n)_{n\geq 2}$ est décroissante puis qu'elle converge.

0,50 **3** **a** Vérifier que : $(\forall t \neq 1)\ :\ \ 1 + t + t^2 + \cdots + t^{n-1} = \frac{1}{1-t} - \frac{t^n}{1-t}$

0,50 **b** En déduire la démonstration de l'égalité suivante :

$$\alpha_n + \frac{(\alpha_n)^2}{2} + \frac{(\alpha_n)^3}{3} + \cdots + \frac{(\alpha_n)^n}{n} = -\ln(1-\alpha_n) - \int_0^{\alpha_n} \left(\frac{t^n}{1-t}\right) dt$$

0,75 **4** **a** Montrer que : $1 + \ln(1-\alpha_n) = -\int_0^{\alpha_n} \left(\frac{t^n}{1-t}\right) dt$

0,50 **b** Montrer que : $\forall\, n \geq 2\ \ :\ \ 0 \leq \int_0^{\alpha_n} \left(\frac{t^n}{1-t}\right) dt \leq \frac{1}{(n+1)(1-\alpha_n)}$

0,50 **c** En déduire que : $\lim(\alpha_n) = 1 - e^{-1}$

Exercice Numéro 5 : (04,00 points)

Soit f_n la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f_n(x) = -1 + x + \frac{x^2}{2} + \cdots + \frac{x^n}{n}$$

0,50 **1** Montrer que : $\forall n \geq 2\ ,\ \exists!\ \alpha_n \in\ ]0,1[\ \ :\ \ f_n(\alpha_n) = 0$.

0,75 **2** Montrer que la suite $(\alpha_n)_{n\geq 2}$ est décroissante puis qu'elle converge.

0,50 **3** **a** Vérifier que : $(\forall t \neq 1)$: $1 + t + t^2 + \cdots + t^{n-1} = \dfrac{1}{1-t} - \dfrac{t^n}{1-t}$

0,50 **b** En déduire la démonstration de l'égalité suivante :

$$\alpha_n + \frac{(\alpha_n)^2}{2} + \frac{(\alpha_n)^3}{3} + \cdots + \frac{(\alpha_n)^n}{n} = -\ln(1-\alpha_n) - \int_0^{\alpha_n} \left(\frac{t^n}{1-t}\right) dt$$

0,75 **4** **a** Montrer que : $1 + \ln(1-\alpha_n) = -\displaystyle\int_0^{\alpha_n} \left(\frac{t^n}{1-t}\right) dt$

0,50 **b** Montrer que : $\forall n \geq 2$: $0 \leq \displaystyle\int_0^{\alpha_n} \left(\frac{t^n}{1-t}\right) dt \leq \frac{1}{(n+1)(1-\alpha_n)}$

0,50 **c** En déduire que : $\lim(\alpha_n) = 1 - e^{-1}$

■ Exercice Numéro 5 : (03,50 points)

Soit F la fonction numérique définie sur l'intervalle $[0,+\infty[$ par :

$$F(x) = e^{-x^2}\int_0^x e^{-t^2}\,dt$$

0,50 **1** **a** Montrer que : $\forall\, x \geq 0 \quad ; \quad 0 \leq F(x) \leq x\, e^{-x^2}$.

0,50 **b** Montrer que : $\forall\, x \geq 1 \quad ; \quad e^{-x^2} \leq e^{-x}$. En déduire la limite $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)$

0,50 **2** Montrer que F est dérivable sur l'intervalle $[0,+\infty[$ puis que :

$$\forall\, x \geq 0 \quad ; \quad F'(x) = e^{-2x^2} - 2x\,F(x)$$

■ Exercice Numéro 5 : (03,50 points)

Soit F la fonction numérique définie sur l'intervalle $[0,+\infty[$ par :

$$F(x) = e^{-x^2}\int_0^x e^{-t^2}\,dt$$

0,50 **1** **a** Montrer que : $\forall\, x \geq 0 \quad ; \quad 0 \leq F(x) \leq x\, e^{-x^2}$.

0,50 **b** Montrer que : $\forall\, x \geq 1 \quad ; \quad e^{-x^2} \leq e^{-x}$. En déduire la limite $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)$

0,50 **2** Montrer que F est dérivable sur l'intervalle $[0,+\infty[$ puis que :

$$\forall\, x \geq 0 \quad ; \quad F'(x) = e^{-2x^2} - 2x\,F(x)$$

3 Soit G la fonction numérique définie sur l'intervalle $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ par :

$$\begin{cases} G(x) = F(\tan x) \quad ; \quad x \neq \dfrac{\pi}{2} \\ G\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

0,50 **a** Montrer que la fonction G est continue à gauche en $\frac{\pi}{2}$.

0,50 **b** Montrer que : $\exists!\, c \in \left]0,+\infty\right[\quad ; \quad F'(c) = 0 \quad ; \quad F(c) = \left(\dfrac{1}{2c}\right)e^{-2c^2}$

4 Soit : $\forall\, x > 0 \quad ; \quad H(x) = \left(\dfrac{e^{x^2}}{2x}\right)F'(x)$

0,50 **a** Montrer que la fonction H est strictement décroissante sur $\left]0,+\infty\right[$.

0,25 **b** Montrer que le nombre c est unique dans l'intervalle $\left]0,+\infty\right[$.

0,25 **c** Puis dresser le tableau de variations de la fonction F.

3 Soit G la fonction numérique définie sur l'intervalle $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ par :

$$\begin{cases} G(x) = F(\tan x) \quad ; \quad x \neq \dfrac{\pi}{2} \\ G\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

0,50 **a** Montrer que la fonction G est continue à gauche en $\frac{\pi}{2}$.

0,50 **b** Montrer que : $\exists!\, c \in]0,+\infty[\quad ; \quad F'(c) = 0 \quad ; \quad F(c) = \left(\frac{1}{2c}\right)e^{-2c^2}$

4 Soit : $\forall\, x > 0 \quad ; \quad H(x) = \left(\frac{e^{x^2}}{2x}\right)F'(x)$

0,50 **a** Montrer que la fonction H est strictement décroissante sur $]0,+\infty[$.

0,25 **b** Montrer que le nombre c est unique dans l'intervalle $]0,+\infty[$.

0,25 **c** Puis dresser le tableau de variations de la fonction F.

3 Soit G la fonction numérique définie sur l'intervalle $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ par :

$$\begin{cases} G(x) = F(\tan x) & ; \quad x \neq \dfrac{\pi}{2} \\ G\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

0,50 **a** Montrer que la fonction G est continue à gauche en $\frac{\pi}{2}$.

0,50 **b** Montrer que : $\exists!\, c \in]0,+\infty[\quad ; \quad F'(c) = 0 \quad ; \quad F(c) = \left(\dfrac{1}{2c}\right)e^{-2c^2}$

4 Soit : $\forall\, x > 0 \quad ; \quad H(x) = \left(\dfrac{e^{x^2}}{2x}\right)F'(x)$

0,50 **a** Montrer que la fonction H est strictement décroissante sur $]0,+\infty[$.

0,25 **b** Montrer que le nombre c est unique dans l'intervalle $]0,+\infty[$.

0,25 **c** Puis dresser le tableau de variations de la fonction F.

0,50 **3** Soit G la fonction numérique définie sur l'intervalle $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ par :

$$\begin{cases} G(x) = F(\tan x) & ; \quad x \neq \dfrac{\pi}{2} \\ G\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

0,50 **a** Montrer que la fonction G est continue à gauche en $\frac{\pi}{2}$.

0,50 **b** Montrer que : $\exists!\, c \in]0,+\infty[\quad ; \quad F'(c) = 0 \quad ; \quad F(c) = \left(\frac{1}{2c}\right)e^{-2c^2}$

4 Soit : $\forall\, x > 0 \quad ; \quad H(x) = \left(\frac{e^{x^2}}{2x}\right)F'(x)$

0,50 **a** Montrer que la fonction H est strictement décroissante sur $]0,+\infty[$.

0,25 **b** Montrer que le nombre c est unique dans l'intervalle $]0,+\infty[$.

0,25 **c** Puis dresser le tableau de variations de la fonction F.

3 Soit G la fonction numérique définie sur l'intervalle $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ par :

$$\begin{cases} G(x) = F(\tan x) & ; \quad x \neq \dfrac{\pi}{2} \\ G\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0 & \end{cases}$$

0,50 **a** Montrer que la fonction G est continue à gauche en $\frac{\pi}{2}$.

0,50 **b** Montrer que : $\exists!\, c \in]0,+\infty[\quad ; \quad F'(c) = 0 \quad ; \quad F(c) = \left(\dfrac{1}{2c}\right) e^{-2c^2}$

4 Soit : $\forall\, x > 0 \quad ; \quad H(x) = \left(\dfrac{e^{x^2}}{2x}\right) F'(x)$

0,50 **a** Montrer que la fonction H est strictement décroissante sur $]0,+\infty[$.

0,25 **b** Montrer que le nombre c est unique dans l'intervalle $]0,+\infty[$.

0,25 **c** Puis dresser le tableau de variations de la fonction F.

Exercice Numéro 3 : (03,50 points)

I Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(\mathcal{O},\vec{u},\vec{v})$.

Soit : (E_m) : $z^2 + [(1-i)m - 4]z - im^2 - 2(1-i)m + 4 = 0$; $m, z \in \mathbb{C}$

0,50 **1** Vérifier que $z_1 = 2 - m$ est une solution de l'équation (E_m).

0,50 **2** **a** Montrer l'équivalence : $z_1 z_2 = 1 \Leftrightarrow im^2 + 2(1-i)m - 3 = 0$.

1,00 **b** Déterminer les valeurs de m pour lesquelles on ait : $z_1 z_2 = 1$.

II On considère l'application S et la rotation $\mathcal{R}$ définies ainsi :

$$S : \begin{array}{ccc} (\mathcal{P}) & \longmapsto & (\mathcal{P}) \\ M(z) & \longmapsto & M'(z') \end{array} \qquad \mathcal{R}\left(\Omega, \frac{\pi}{2}\right) : \begin{array}{ccc} (\mathcal{P}) & \longmapsto & (\mathcal{P}) \\ M(z) & \longmapsto & M''(z'') \end{array}$$

Avec : $z' = -(z-1)+1$; $aff(\Omega) = 1 + i$; $aff(E) = 1$.

■ Exercice Numéro 3 : (03,50 points)

I Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(\mathcal{O},\vec{u},\vec{v})$.

Soit : $(E_m) :\ z^2 + [(1-i)m - 4]z - im^2 - 2(1-i)m + 4 = 0 \quad ; \quad m, z \in \mathbb{C}$

0,50 **1** Vérifier que $z_1 = 2 - m$ est une solution de l'équation (E_m).

0,50 **2** **a** Montrer l'équivalence : $z_1 z_2 = 1 \iff im^2 + 2(1-i)m - 3 = 0$.

1,00 **b** Déterminer les valeurs de m pour lesquelles on ait : $z_1 z_2 = 1$.

II On considère l'application S et la rotation $\mathcal{R}$ définies ainsi :

$$S : \begin{array}{ccc} (\mathcal{P}) & \longmapsto & (\mathcal{P}) \\ M(z) & \longmapsto & M'(z') \end{array} \qquad \mathcal{R}\left(\Omega, \frac{\pi}{2}\right) : \begin{array}{ccc} (\mathcal{P}) & \longmapsto & (\mathcal{P}) \\ M(z) & \longmapsto & M''(z'') \end{array}$$

Avec : $z' = -(z-1) + 1 \quad ; \quad aff(\Omega) = 1 + i \quad ; \quad aff(E) = 1$.

■ Exercice Numéro 3 : (03,50 points)

I Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Soit : $(E_m) :\ z^2 + [(1-i)m - 4]z - im^2 - 2(1-i)m + 4 = 0 \quad ; \quad m, z \in \mathbb{C}$

0,50 **1** Vérifier que $z_1 = 2 - m$ est une solution de l'équation (E_m).

0,50 **2** **a** Montrer l'équivalence : $z_1 z_2 = 1 \iff im^2 + 2(1-i)m - 3 = 0$.

1,00 **b** Déterminer les valeurs de m pour lesquelles on ait : $z_1 z_2 = 1$.

II On considère l'application S et la rotation $\mathcal{R}$ définies ainsi :

$$S \ :\ \begin{array}{ccc} (\mathcal{P}) & \longmapsto & (\mathcal{P}) \\ M(z) & \longmapsto & M'(z') \end{array} \qquad \qquad \mathcal{R}\left(\Omega, \frac{\pi}{2}\right) \ :\ \begin{array}{ccc} (\mathcal{P}) & \longmapsto & (\mathcal{P}) \\ M(z) & \longmapsto & M''(z'') \end{array}$$

Avec : $z' = -(z-1) + 1 \quad ; \quad aff(\Omega) = 1 + i \quad ; \quad aff(E) = 1$.

Exercice Numéro 3 : (03,50 points)

I Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(\mathcal{O},\vec{u},\vec{v})$.

Soit : $(E_m) :\ z^2+[(1-i)m-4]z-im^2-2(1-i)m+4=0$; $m,z\in\mathbb{C}$

0,50 **1** Vérifier que $z_1=2-m$ est une solution de l'équation (E_m).

0,50 **2** **a** Montrer l'équivalence : $z_1z_2=1 \iff im^2+2(1-i)m-3=0$.

1,00 **b** Déterminer les valeurs de m pour lesquelles on ait : $z_1z_2=1$.

II On considère l'application $\mathcal{S}$ et la rotation $\mathcal{R}$ définies ainsi :

$$\mathcal{S} : \begin{array}{ccc}(\mathcal{P}) & \longmapsto & (\mathcal{P})\\ M(z) & \longmapsto & M'(z')\end{array} \qquad \mathcal{R}\left(\Omega,\frac{\pi}{2}\right) : \begin{array}{ccc}(\mathcal{P}) & \longmapsto & (\mathcal{P})\\ M(z) & \longmapsto & M''(z'')\end{array}$$

Avec : $z'=-(z-1)+1$; $aff(\Omega)=1+i$; $aff(E)=1$.

II On considère l'application S et la rotation $\mathcal{R}$ définies ainsi :

$$S : \begin{array}{ccc} (\mathcal{P}) & \longmapsto & (\mathcal{P}) \\ M(z) & \longmapsto & M'(z') \end{array} \qquad \mathcal{R}\left(\Omega, \frac{\pi}{2}\right) : \begin{array}{ccc} (\mathcal{P}) & \longmapsto & (\mathcal{P}) \\ M(z) & \longmapsto & M''(z'') \end{array}$$

Avec : $z' = -(z-1)+1$; $aff(\Omega) = 1+i$; $aff(E) = 1$.

0,25 **1 a** Montrer que S est la symétrie centrale de centre E .

0,25 **b** Montrer l'égalité suivante : $z'' = i\,z + 2$.

0,50 **2 a** Quelle est la nature du triangle $AM'M''$.

0,50 **b** Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ pour lesquels les points M'' ; M' ; Ω ; A soient des points cocycliques.

II On considère l'application S et la rotation $\mathcal{R}$ définies ainsi :

$$S : \begin{array}{ccc} (\mathcal{P}) & \longmapsto & (\mathcal{P}) \\ M(z) & \longmapsto & M'(z') \end{array} \qquad \mathcal{R}\left(\Omega, \frac{\pi}{2}\right) : \begin{array}{ccc} (\mathcal{P}) & \longmapsto & (\mathcal{P}) \\ M(z) & \longmapsto & M''(z'') \end{array}$$

Avec : $z' = -(z-1)+1$; $aff(\Omega) = 1+i$; $aff(E) = 1$.

0,25 **1** **a** Montrer que S est la symétrie centrale de centre E .

0,25 **b** Montrer l'égalité suivante : $z'' = i\,z + 2$.

0,50 **2** **a** Quelle est la nature du triangle $AM'M''$.

0,50 **b** Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ pour lesquels les points M'' ; M' ; Ω ; A soient des points cocycliques.

II On considère l'application S et la rotation $\mathcal{R}$ définies ainsi :

$$S : \begin{array}{ccc} (\mathcal{P}) & \longmapsto & (\mathcal{P}) \\ M(z) & \longmapsto & M^{'}(z') \end{array} \qquad \mathcal{R}\left(\Omega,\frac{\pi}{2}\right) : \begin{array}{ccc} (\mathcal{P}) & \longmapsto & (\mathcal{P}) \\ M(z) & \longmapsto & M^{''}(z'') \end{array}$$

Avec : $z^{'} = -(z-1)+1$; $aff(\Omega) = 1+i$; $aff(E) = 1$.

0,25 **1** **a** Montrer que S est la symétrie centrale de centre E .

0,25 **b** Montrer l'égalité suivante : $z^{''} = i\,z + 2$.

0,50 **2** **a** Quelle est la nature du triangle $AM'M''$.

0,50 **b** Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ pour lesquels les points $M^{''}$; $M^{'}$; Ω ; A soient des points cocycliques.

II On considère l'application S et la rotation $\mathcal{R}$ définies ainsi :

$$S : \begin{array}{ccc} (\mathcal{P}) & \longmapsto & (\mathcal{P}) \\ M(z) & \longmapsto & M'(z') \end{array} \qquad \mathcal{R}\left(\Omega, \frac{\pi}{2}\right) : \begin{array}{ccc} (\mathcal{P}) & \longmapsto & (\mathcal{P}) \\ M(z) & \longmapsto & M''(z'') \end{array}$$

Avec : $z' = -(z-1)+1$; $aff(\Omega) = 1+i$; $aff(E) = 1$.

0,25 **1** **a** Montrer que S est la symétrie centrale de centre E.

0,25 **b** Montrer l'égalité suivante : $z'' = iz + 2$.

0,50 **2** **a** Quelle est la nature du triangle $AM'M''$.

0,50 **b** Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ pour lesquels les points M'' ; M' ; Ω ; A soient des points cocycliques.

Filières : SMA - SMB **Coefficient : 9** **Durée : 4 heures**	*Ministère de l'Education Nationale* *De la Formation professionnelle* *de l'Eseignement supérieur* *& de la Recherche scientifique*	**BACCALAURÉAT** **Session Rattrapage** **Juillet 2008**

■ Exercice Numéro 1 : (03,50 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Soit r l'application définie ainsi : $r : M(z) \longmapsto M_1(z_1)$.

$$avec \quad : \quad z_1 = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)z + \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)$$

Soit h l'application définie ainsi : $h : M(z) \longmapsto M_2(z_2)$.

$$avec \quad : \quad z_2 = -2z + 3i$$

Soit F l'application définie ainsi : $F = h \circ r$.

1,00 **1** Déterminer la nature de chacune des applications r et h.

2 Soient : $\Omega(i)$; $A(a)$; $M(z)$; $M'(z')$; $a \in \mathbb{C}\backslash\{\,i\,\}$.

Soient : $B = F(A)$; $C = F(B)$; $D = F(C)$.

Filières : SMA - SMB	Ministère de l'Education Nationale De la Formation professionnelle de l'Eseignement supérieur & de la Recherche scientifique	BACCALAURÉAT
Coefficient : 9		Session Rattrapage
Durée : 4 heures		Juillet 2008

■ Exercice Numéro 1 : (03,50 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Soit r l'application définie ainsi : $r\ :\ M(z)\ \longmapsto\ M_1(z_1)$.

$$avec\quad :\quad z_1 = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)z + \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)$$

Soit h l'application définie ainsi : $h\ :\ M(z)\ \longmapsto\ M_2(z_2)$.

$$avec\quad :\quad z_2 = -2z + 3i$$

Soit F l'application définie ainsi : $F = h \circ r$.

1,00 **1** Déterminer la nature de chacune des applications r et h .

2 Soient : $\Omega(i)$; $A(a)$; $M(z)$; $M^{'}(z')$; $a \in \mathbb{C}\backslash\{\,i\,\}$.

Soient : $B = F(A)$; $C = F(B)$; $D = F(C)$.

Filières : SMA - SMB
Coefficient : 9
Durée : 4 heures

Ministère de l'Education Nationale
De la Formation professionnelle
de l'Eseignement supérieur
& de la Recherche scientifique

BACCALAURÉAT
Session Rattrapage
Juillet 2008

■ Exercice Numéro 1 : (03,50 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Soit r l'application définie ainsi : $r : M(z) \longmapsto M_1(z_1)$.

$$avec \quad : \quad z_1 = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)z + \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)$$

Soit h l'application définie ainsi : $h : M(z) \longmapsto M_2(z_2)$.
$avec \quad : \quad z_2 = -2z + 3i$

Soit F l'application définie ainsi : $F = h \circ r$.

1,00 **1** Déterminer la nature de chacune des applications r *et* h.

2 Soient : $\Omega(i)$; $A(a)$; $M(z)$; $M'(z')$; $a \in \mathbb{C}\backslash\{\,i\,\}$.

Soient : $B = F(A)$; $C = F(B)$; $D = F(C)$.

Filières : SMA - SMB	Ministère de l'Education Nationale De la Formation professionnelle de l'Eseignement supérieur & de la Recherche scientifique	BACCALAURÉAT
Coefficient : 9		Session Rattrapage
Durée : 4 heures		Juillet 2008

■ Exercice Numéro 1 : (03,50 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Soit r l'application définie ainsi : $r : M(z) \longmapsto M_1(z_1)$.

$$avec \quad : \quad z_1 = \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{2}\right) z + \left(\frac{\sqrt{3} + i}{2}\right)$$

Soit h l'application définie ainsi : $h : M(z) \longmapsto M_2(z_2)$.

$$avec \quad : \quad z_2 = -2z + 3i$$

Soit F l'application définie ainsi : $F = h \circ r$.

1,00 **1** Déterminer la nature de chacune des applications r et h .

2 Soient : $\Omega(i)$; $A(a)$; $M(z)$; $M^{'}(z')$; $a \in \mathbb{C}\backslash\{ i \}$.

Soient : $B = F(A)$; $C = F(B)$; $D = F(C)$.

Filières : SMA - SMB **Coefficient : 9** **Durée : 4 heures**	*Ministère de l'Education Nationale* *De la Formation professionnelle* *de l'Eseignement supérieur* *& de la Recherche scientifique*	**BACCALAURÉAT** **Session Rattrapage** **Juillet 2008**

■ Exercice Numéro 1 : (03,50 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Soit r l'application définie ainsi : $r\ :\ M(z)\ \longmapsto\ M_1(z_1)$.

$$avec\ \ :\ \ z_1 = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)z + \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)$$

Soit h l'application définie ainsi : $h\ :\ M(z)\ \longmapsto\ M_2(z_2)$.

$$avec\ \ :\ \ z_2 = -2z + 3i$$

Soit F l'application définie ainsi : $F = h\circ r$.

1,00 **1** Déterminer la nature de chacune des applications $r\ et\ h$.

2 Soient : $\Omega(i)$; $A(a)$; $M(z)$; $M'(z')$; $a \in \mathbb{C}\backslash\{\, i\,\}$.

Soient : $B = F(A)$; $C = F(B)$; $D = F(C)$.

$$avec \quad : \quad z_1 = \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{2}\right) z + \left(\frac{\sqrt{3} + i}{2}\right)$$

Soit h l'application définie ainsi : $h : M(z) \longmapsto M_2(z_2)$.

$avec \quad : \quad z_2 = -2z + 3i$

Soit F l'application définie ainsi : $F = h \circ r$.

00 **1** Déterminer la nature de chacune des applications r et h .

2 Soient : $\Omega(i)$; $A(a)$; $M(z)$; $M^{'}(z')$; $a \,\epsilon\, \mathbb{C}\backslash\{\, i \,\}$.

Soient : $B = F(A)$; $C = F(B)$; $D = F(C)$.

50 **a** Montrer que : $F(M) = M^{'} \quad \Rightarrow \quad z^{'} - i = 2\, e^{\frac{4i\pi}{3}}(z - i)$.

25 **b** Montrer que Ω est le seul point qui vérifie : $F(\Omega) = \Omega$.

75 **3** **a** Donner, en fonction de a, les nbrs : $b = aff(B)$; $c = aff(C)$; $d = aff(D)$

25 **b** Montrer que les points Ω ; A ; D sont colinéaires.

50 **c** Montrer que : $\Omega = barycentre\,\{\, (B, 4) \;;\; (C, 2) \;;\; (D, 1) \,\}$

25 **d** Déterminer l'ensemble des points $A(a)$ pour lesquels $D \,\epsilon\, (l^{'}axe\ réelle)$

Épreuve de Maths
Filières : SMA - SMB
Coefficient : 9
Durée : 4 heures

Royaume du Maroc
Ministère de l'Education Nationale
De la Formation professionnelle
de l'Enseignement supérieur
& de la Recherche scientifique

Examen National du
BACCALAURÉAT
Session Rattrapage
Juillet 2008

■ Exercice Numéro 1 : (03.50 points)

$$avec \quad : \quad z_1 = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)z + \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)$$

Soit h l'application définie ainsi : $h : M(z) \longmapsto M_2(z_2)$.
$avec \quad : \quad z_2 = -2z + 3i$

Soit F l'application définie ainsi : $F = h \circ r$.

00 **1** Déterminer la nature de chacune des applications r et h .

2 Soient : $\Omega(i)$; $A(a)$; $M(z)$; $M'(z')$; $a \in \mathbb{C}\backslash\{\, i \,\}$.

Soient : $B = F(A)$; $C = F(B)$; $D = F(C)$.

50 **a** Montrer que : $F(M) = M' \Rightarrow z' - i = 2\, e^{\frac{4i\pi}{3}}(z - i)$.

25 **b** Montrer que Ω est le seul point qui vérifie : $F(\Omega) = \Omega$.

75 **3** **a** Donner, en fonction de a, les nbrs : $b = aff(B)$; $c = aff(C)$; $d = aff(D)$

25 **b** Montrer que les points Ω ; A ; D sont colinéaires.

50 **c** Montrer que : $\Omega = barycentre\,\{\,(B,4) \;;\; (C,2) \;;\; (D,1)\,\}$

25 **d** Déterminer l'ensemble des points $A(a)$ pour lesquels $D \in (l'axe\ réelle)$

Épreuve de Maths **Filières : SMA - SMB** **Coefficient : 9** **Durée : 4 heures**	Royaume du Maroc Ministère de l'Education Nationale De la Formation professionnelle de l'Enseignement supérieur & de la Recherche scientifique	**Examen National du** **BACCALAURÉAT** **Session Rattrapage** **Juillet 2008**

Exercice Numéro 1 : (03.50 points)

$$avec \quad : \quad z_1 = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right) z + \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)$$

Soit h l'application définie ainsi : $h : M(z) \mapsto M_2(z_2)$.
$avec \quad : \quad z_2 = -2z + 3i$

Soit F l'application définie ainsi : $F = h \circ r$.

00 **1** Déterminer la nature de chacune des applications r et h .

2 Soient : $\Omega(i)$; $A(a)$; $M(z)$; $M'(z')$; $a \in \mathbb{C} \backslash \{ i \}$.

Soient : $B = F(A)$; $C = F(B)$; $D = F(C)$.

50 **a** Montrer que : $F(M) = M' \quad \Rightarrow \quad z' - i = 2\, e^{\frac{4i\pi}{3}} (z - i)$.

25 **b** Montrer que Ω est le seul point qui vérifie : $F(\Omega) = \Omega$.

75 **3** **a** Donner, en fonction de a, les nbrs : $b = aff(B)$; $c = aff(C)$; $d = aff(D)$

25 **b** Montrer que les points Ω ; A ; D sont colinéaires.

50 **c** Montrer que : $\Omega = barycentre \{ (B,4) \; ; \; (C,2) \; ; \; (D,1) \}$

25 **d** Déterminer l'ensemble des points $A(a)$ pour lesquels $D \in (l'axe\ réelle)$

Épreuve de Maths **Filières : SMA - SMB** **Coefficient : 9** **Durée : 4 heures**	Royaume du Maroc Ministère de l'Education Nationale De la Formation professionnelle de l'Enseignement supérieur & de la Recherche scientifique	**Examen National du** **BACCALAURÉAT** **Session Rattrapage** **Juillet 2008**

■ **Exercice Numéro 1 : (03.50 points)**

$$avec \quad : \quad z_1 = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right) z + \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)$$

Soit h l'application définie ainsi : $h : M(z) \longmapsto M_2(z_2)$.
$avec \quad : \quad z_2 = -2z + 3i$

Soit F l'application définie ainsi : $F = h \circ r$.

00 **1** Déterminer la nature de chacune des applications r et h .

2 Soient : $\Omega(i)$; $A(a)$; $M(z)$; $M'(z')$; $a \in \mathbb{C}\backslash\{ i \}$.

Soient : $B = F(A)$; $C = F(B)$; $D = F(C)$.

50 **a** Montrer que : $F(M) = M' \quad \Rightarrow \quad z' - i = 2\, e^{\frac{4i\pi}{3}}(z - i)$.

25 **b** Montrer que Ω est le seul point qui vérifie : $F(\Omega) = \Omega$.

75 **3** **a** Donner, en fonction de a, les nbrs : $b = aff(B)$; $c = aff(C)$; $d = aff(D)$

25 **b** Montrer que les points Ω ; A ; D sont colinéaires.

50 **c** Montrer que : $\Omega = barycentre\,\{ (B,4) \;;\; (C,2) \;;\; (D,1) \}$

25 **d** Déterminer l'ensemble des points $A(a)$ pour lesquels $D \in (l'axe\ réelle)$