Professeur :	Devoir Surveillé 02-S1-	المديرية الإقليمية
Lycée AL M	Module D	الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
Classe : 2BAC PC-SVT-STE.	Durée : 2 heures	جهة سوس ماسة

11.5pt — EXERCICE 01

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x)=x-1+\sqrt{x^2-1}$.

Et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ tel que : $\|\vec{i}\|=1cm$.

0.75pts 1)Montrer que : $D_f=]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$.

1pt 2)a-Etudier la dérivabilité de f à droite en 1 et à gauche en -1.

0.5pts b-Interpréter géométriquement les résultats obtenus.

1pts 3)a-Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$ puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.

1.5pts b-Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(2x-1)$. Que peut-on déduire?

1pts c-Déterminer la position relative de la courbe (C_f) et la droite $(\Delta): y=2x-1$ sur $]1;+\infty[$.

0.75pts 4)a-Montrer que pour tout $x\in]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-1}+x}{\sqrt{x^2-1}}$.

0.75pts b-Déterminer le signe de $\sqrt{x^2-1}+x$ sur les deux intervalles $]-\infty-1[$ et $]1;+\infty[$.

0.75pts c-Dresser le tableau de variations de f.

1pts 5)Tracer la courbe (C_f).

6)Soit h la restriction de f sur $I=]-\infty;-1[$.

0.75pts a-Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.

0.75pts b-Tracer la courbe $(C_{h^{-1}})$ dans le même repère.

2.5pt — EXERCICE 02

0.5pts 1)Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$: $x^2+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}=\dfrac{x\left(x\sqrt{x^2+4}+1\right)}{\sqrt{x^2+4}}$.

1pts 2)Déterminer les fonctions primitives de la fonction $g(x)=\dfrac{x\left(x\sqrt{x^2+4}+1\right)}{\sqrt{x^2+4}}$.

1pts 3)Déterminer la fonction primitive $G(x)$ de la fonction g telle que :

8pts — EXERCICE 03

On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0=2$ et $u_{n+1}=\dfrac{3u_n+2}{2u_n+3}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.

1pts 1)Montrer par récurrence que : $(\forall n\in\mathbb{N}); u_n\succ 1$.

0.75pts 2)a-Montrer que $(\forall n\in\mathbb{N}): u_{n+1}-u_n=\dfrac{2(1-u_n^2)}{2u_n+3}$.

1pts b-Montrer que la suite (u_n) est décroissante et en déduire que : $(\forall n\in\mathbb{N}); 1\prec u_n\le 2$

0.25pts c-En déduire la suite (u_n) est convergente.

0.75pts	3)a-Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{5}(u_n - 1)$.
1.25pts	b-En déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}); 0 \prec u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{5}\right)^n$ puis déterminer $\lim_{x \to +\infty} u_n$.
	4)On pose : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
1.25pts	a-Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{5}$ puis calculer v_0 .
1.25pts	b-Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
0.5pts	c-Calculer au nouveau $\lim_{x \to +\infty} u_n$.