Dans cette partie on étudie le mouvement d'un coureur avec son vélo sur une piste montagneuse constituée de trois trajets :

- AB incliné d'un angle $\alpha = 20°$ par rapport au plan horizontal passant par le point B de longueur AB = 200m.
- BC circulaire de rayon r = 30m. Les points B et C sont repérés respectivement par les angles $\alpha = 20°$ et $\theta = 45°$ par rapport à la droite verticale passante par M.
- Lorsque le coureur arrive au point C, il quitte la piste pour sauter au-dessus d'un lac et tomber sur le point D qui appartient à la droite horizontale passante par M.

On assimile le système constitué du coureur et de son vélo par un système (S) de masse $m = 80kg$ et on néglige l'effet de l'air sur le système (S) au cours de son déplacement sur sa trajectoire de A à D

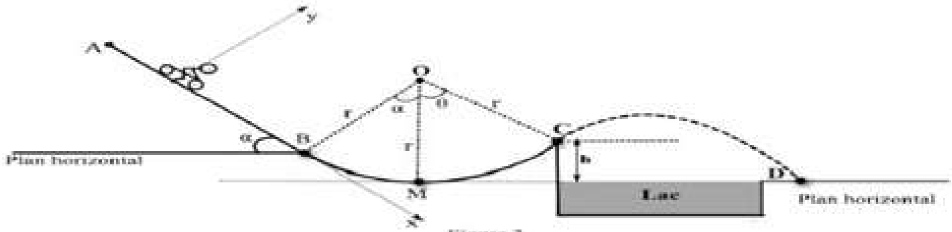

Figure 3

On prend $g = 10N.kg^{-1}$.

1- Dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$,le système (S) se déplace sur le plan incliné AB avec une vitesse constante. (Voir Figure 3).

1.1. Faire l'inventaire des forces exercées sur le système (S) sur la partie AB. Représenter ces forces. **(1 pt)**

1.2. Enoncer le principe d'inertie. **(0,5 pt)**

1.3. Calculer le travail du poids lors du déplacement de A vers B. Déterminer sa nature. **(1 pt)**

1.4. Calculer le travail de la réaction du plan. Quel est sa nature ? **(1 pt)**

1.5. Montrer que l'intensité de la force de frottement $f=m.g.\sin(\alpha)$. Calculer f. **(0,5 pt)**

1.6. a- Déterminer l'expression de la composante normale de la réaction du plan R_N en fonction de m, g et α. **(0,5 pt)**

b- Calculer R_N **(0,25 pt)**

c- Déduire le coefficient de frottement $k = \tan(\varphi)$. **(0,25 pt)**

1.7. Montrer que l'intensité de la force R exercée par le plan AB sur le coureur s'écrit sous la forme : $R = m.g.\cos(\alpha)\sqrt{1+\tan^2(\varphi)}$ .Calculer R. **(0,5 pt)**

2- Le coureur poursuit son mouvement sur la partie (BC) circulaire sans frottement.

2.1- Calculer la longueur de l'arc BC **(0,5 pt)**

2.2- Montrer que l'expression du travail du poids du corps du système (S) lors de son déplacement $\overrightarrow{BC}$ s'écrit sous la forme : $W_{B\to C}(\vec{P}) = mgr(\cos(\theta) - \cos(\alpha))$. **(0,5 pt)**

3- Après le point C le coureur quitte la trajectoire pour tomber sur le point D et ainsi dépasser le lac. Sans calcule déterminer la valeur du travail $W_{C\to D}(\vec{P})$ du poids du système (S) entre C et D. **(0,5 pt)**

Partie II:

La figure 2 ci-contre représente un seau plein d'eau, de masse m =15kg, suspendu à un treuil de rayon r =10 cm et de moment d'inertie J_Δ= 0,5 kg.m^2 par rapport à son axe horizontal Δ passant par le centre O, est abandonné sans vitesse initiale à l'instant $t_0 = 0$ s au-dessus d'un puits.

Le seau acquiert à l'instant t_1 la vitesse v_1 après une chute de longueur L_1.

On admet que la tension du fil est constante le long du fil et au cours du mouvement.

On négligera les frottements et on prendra g=10N.kg^{-1}

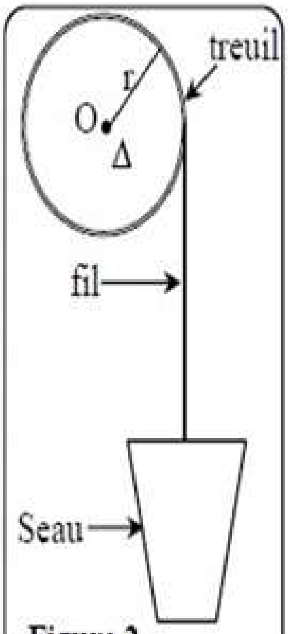

Figure 2

1,25 1. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au seau, déduire le travail W ($\vec{T}$) de la tension $\vec{T}$ du fil pour un parcours de longueur L_1 en fonction de v_1 et L_1.

1,25 2. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique au treuil et en déduire le travail W ($\vec{T'}$) de la tension $\vec{T'}$ du fil au niveau du treuil en fonction de la vitesse angulaire ω_1 du treuil lorsque le seau à la vitesse v_1.

1,25 3. Sachant que W ($\vec{T}$) =-W ($\vec{T'}$), montrer que : $v_1 = \sqrt{\dfrac{2mgL_1}{m+\frac{J_\Delta}{r^2}}}$

0,50 4. Calculer v_1 lorsque le seau arrive au fond du puits, 10 m plus bas.

1,25 5. En réalité le treuil tourne avec frottement, à l'instant t_1 le fil se détache du treuil et ce dernier se trouve soumis à l'action d'un couple de forces de frottement de moment M_f constant, sachant que le treuil effectue n tours avant de s'arrêter ; trouver l'expression du moment M_f en fonction des données nécessaires.

0,50 6. Calculer M_f si n = 7 tours.