

### Exercice 3 ( 5 Points )

1. On pose :  $B = ]0; 4[$  et  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \left| 1 - \frac{x}{2} \right| < 1 \right\}$

Montrer que :  $A = B$

1.5pts

2. Soient  $A$  ;  $B$  et  $C$  trois parties d'un ensemble non vide  $E$  .

Montrer que : 
$$\begin{cases} A \cap B = A \cap C \\ (B - C) = (C - A) \end{cases} \Rightarrow B \subset C$$

1.5pts

3. Ecrire en extension les deux ensembles  $G$  et  $H$  :

$$G = \left\{ x \in \mathbb{N} / \frac{3x+2}{x-1} \in \mathbb{Z} \right\} \quad \text{et} \quad H = \left\{ (n, m) \in \mathbb{N}^2 / n + 2m = 11 \right\}$$

1pts

4.  $E$  un ensemble défini par :  $E = \left\{ (n, m) \in \mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^* / \frac{1}{n} + \frac{1}{m} = \frac{1}{5} \right\}$

a. Montrer que  $\forall (n, m) \in \mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^* : (n, m) \in E \Leftrightarrow (n-5)(m-5) = 25$

0.5pts

b. Déterminer  $E$  en extension.

0.5pts

**Exercice1 : (3 points)**

On considère les ensembles  $E$ ,  $F$  et  $H$  tels que :

$$E = \left\{ n \in \mathbb{N} / \frac{n^2 - 2n + 5}{n-1} \in \mathbb{N} \right\}, \quad F = \left\{ n \in \mathbb{Z} / \left| \frac{1-x}{2} \right| \leq 1 \right\} \quad \text{et} \quad H = F - E.$$

1,5

1. Écrire en extension  $E$ ,  $F$  et  $H$ .

1,5

2. Écrire en extension  $E \Delta F$ ,  $P(E)$  et  $H \times E$ .**Exercice2 : (4 points)**

On considère l'ensemble  $E = \left\{ \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} / a \in \mathbb{R} \right\}$ .

1

1. a- Montrer que  $\frac{4}{5} \in E$  et  $\frac{-5}{4} \notin E$ .

0,75

b- Prouver que  $E \subset [-1; 1[$ .

1+0,25

2. a- Montrer que  $[-1; 1[ \subset E$ . Que peut-on déduire ?

1

b- Déterminer  $C_{\mathbb{R}}^E$  et  $E - \bar{Z}$ .