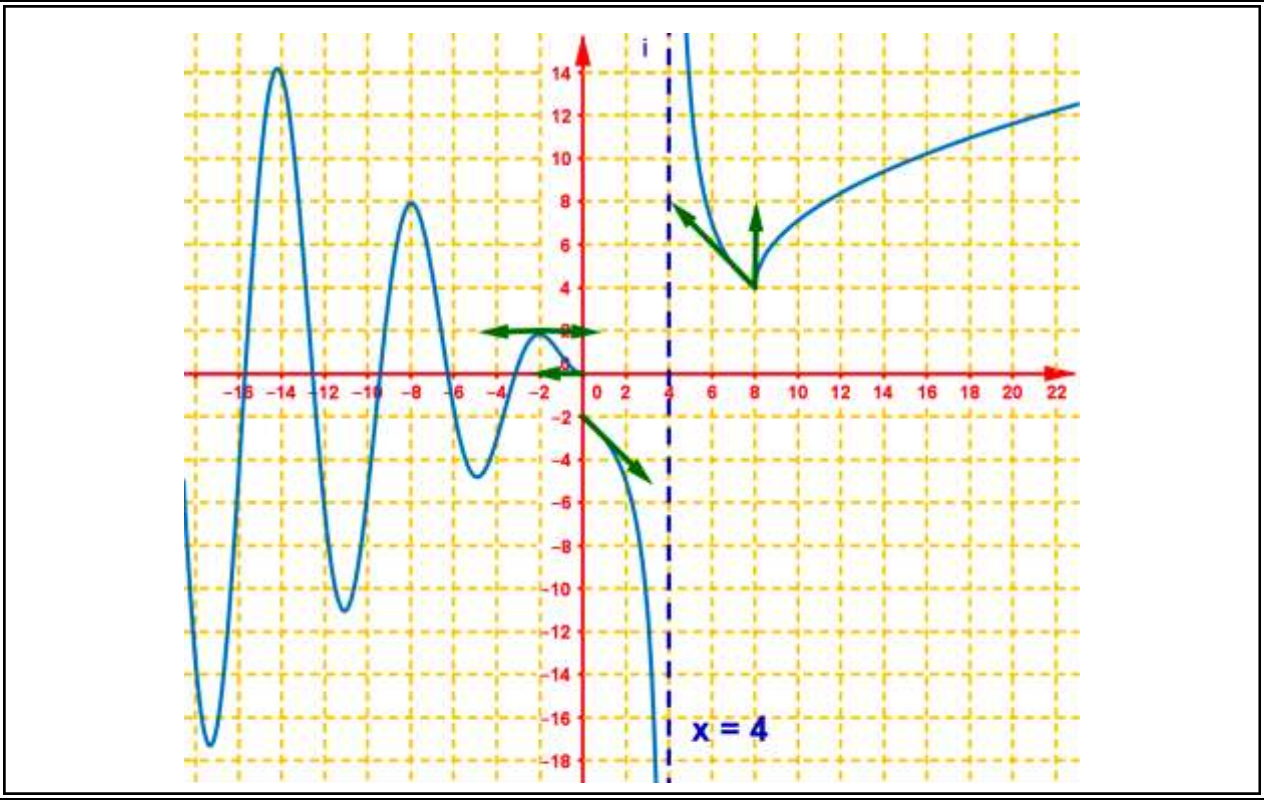
## 1.

La figure ci-contre représente $\left(C_f\right)$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ .




**1.** En déduire graphiquement les limites suivantes :

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$.

b. $\lim\limits_{x\to 8} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 4\\ x<0}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 4\\ x>0}} f(x)$

**2.** Que peut-on dire de la limite de f au voisinage de $-\infty$.

**3.** ..

a. Etudier graphiquement la continuité à droite de $x_0 = 0$.

b. Etudier graphiquement la continuité à gauche de $x_0 = 0$.

c. Est-ce que la fonction f est continue en $x_0 = 0$ .

**4.** ..

a. Est-ce que la fonction f est dérivable à droite de $x_0 = 0$.

b. Est-ce que la fonction f est dérivable à gauche de $x_0 = 0$.

c. Est-ce que la fonction f est dérivable en $x_0 = 0$.

d. Donner le nombre dérivé à gauche de $x_0 = 0$.

e. Donner $f'(-2)$ .

f. Donner l'équation réduite de la tangente en $x_0 = -2$ .

g. Donner l'équation réduite de la demi tangente à gauche $x_0 = 0$ .

**4.** .. On considère g la restriction de la fonction f sur $I_1 = [2,+\infty[$ .

**a.** Montrer que la restriction g admet une fonction réciproque $g^{-1}$ définie sur l'intervalle $J_1$ dont le déterminera .

**b.** Construire dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe représentative $(C_{g^{-1}})$ de la fonction $g^{-1}$ puis construire la demie tangente à droite de $x_0 = 4$ à la courbe $(C_{g^{-1}})$

**5.** .. On considère h la restriction de la fonction f sur $I_2 = ]0,4[$ .

**a.** Montrer que la restriction h admet une fonction réciproque $h^{-1}$ définie sur l'intervalle $J_2$ dont le déterminera .

**b.** Construire dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe représentative $(C_{h^{-1}})$ de la fonction $h^{-1}$ .

## 2.

Calculer $f'(x)$ la fonction dérivée de la fonction f pour chaque fonction s suivante :

**1.** $f(x)=5x^3-7x^2+\frac{7}{5}x+9$ et $f(x)=\frac{2}{x}+\frac{3x^2+1}{x}$ et $f(x)=\frac{7x+2}{3-x}$ et $f(x)=(5x+1)^4$.

**2.** $f(x)=\sqrt{x}+3x$ et $f(x)=\sqrt{x^2-5x+6}$ et $f(x)=x^3\sqrt{4x+1}$ et $f(x)=\sqrt{x+2}\times(5x-3)^4$

$f(x)=\frac{x+\sqrt{x}}{x+2}$ et $f(x)=\sqrt{\frac{3x-5}{2-x}}$ et $f(x)=\frac{x+2}{\sqrt{x+7}}$.

**3.** $f(x)=\sin(5x+2)$ et $f(x)=\sin^3(x)$ et $f(x)=\sin 2x\cos 3x$ et $f(x)=\tan(3x)$ et

$f(x)=x^2+3\sin x$

**4.** $f(x)=\sqrt[5]{x}$ et $f(x)=\sqrt[3]{x^{11}}$ et $f(x)=\sqrt[5]{x^2-7x+12}$ et $f(x)=(x^2-7x+12)^{\frac{2}{5}}$ .

## 3.

Etudier la dérivabilité de la fonction f au point $x_0$ :

**1.**

**a.** $x_0 = 1$ avec $\begin{cases} f(x)=\frac{|x|\sqrt{x^2-2x+1}}{x-1} \\ f(0)=1 \end{cases}$.

**b.** $x_0 = 0$ avec $\begin{cases} f(x)=\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}}{x} \\ f(0)=0 \end{cases}$.

**c.** $x_0 = 1$ avec $\begin{cases} f(x)=\sqrt[3]{7x+1} \;,\; x<0 \\ f(x)=\frac{3x^2+1}{x+1} \;,\; x\geq 0 \end{cases}$.

**2.** On considère la fonction numérique f définie par : $\begin{cases} f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{9}{2} & ; x \le 3 \\ f(x) = \frac{x}{x-2} & ; x > 3 \end{cases}$.

- **a.** Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]-\infty, 3[$ puis déduire le nombre dérivé en $x_0 = 2$ .
- **b.** Donner la fonction affine approximative de la fonction f en $x_0 = 2$ .
- **c.** En déduire une valeur approchée du nombre $f(1,999)$ .
- **d.** Etudier la dérivabilité à gauche de f au point $x_0 = 3$ puis interpréter le résultat graphiquement .
- **e.** Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point $A(3, f(3))$ .

**3.** On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = \sqrt[3]{1-x^2}$

- **a.** Etudier la dérivabilité en $x_0 = 0$.
- **b.** Donner la fonction affine approximative de la fonction f en $x_0 = 0$ .
- **c.** En déduire une valeur approchée du nombre $f(0,01)$ .

## 4.

On considère la fonction numérique f définie sur $[0;1]$ par : $f(x) = \sqrt{x(1-x)}$ .

**1.** Etudier la dérivabilité à gauche de f au point $x_0 = 1$ puis interpréter le résultat graphiquement .

**2.** Etudier la dérivabilité droite de f au point $x_0 = 0$ puis interpréter le résultat graphiquement .

## 5.

On considère la fonction numérique f définie par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - 4} & ; x \ge 2 \\ f(x) = x^2 - 6x + 8 & ; x < 2 \end{cases}$.

**1.** Vérifier que : la fonction numérique f est définie sur $\mathbb{R}$ .

**2.** ..

- **a.** Calculer : $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ .
- **b.** Etudier la continuité de f au point $x_0 = 2$ .

**3.** ..

- **a.** Etudier la dérivabilité à gauche de f au point $x_0 = 2$ puis interpréter le résultat graphiquement .
- **b.** Calculer : $\lim_{x \to 2^+} \frac{f(x)}{x-2}$ puis interpréter le résultat graphiquement .
- **c.** Est-ce que la fonction f est dérivable en $x_0 = 2$.

**4.** ..

- **a.** Pourquoi la fonction f est-elle dérivable sur l'intervalle $]2, +\infty[$.
- **b.** Sur l'intervalle $]2, +\infty[$ calculer $f'(x)$ et déterminer les variations de f .